

PUBLICAÇÃO ESPECIAL

Nº 03

UM MODELO DE VENTO RADIATIVO APLICADO  
AS ESTRELAS Be

Francisco X. de Araujo

Tese de Doutorado  
Rio de Janeiro, 26 de Novembro/90

CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO

OBSERVATÓRIO NACIONAL

DEPARTAMENTO DE ASTRONOMIA

TESE

APRESENTADA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE

DOUTOR EM ASTROFÍSICA

UM MODELO DE VENTO RADIATIVO APLICADO AS ESTRELAS BE

POR

FRANCISCO XAVIER DE ARAÚJO

DEFENDIDA EM 26 DE NOVEMBRO DE 1990

PERANTE BANCA COMPOSTA POR:

Dr. JOSÉ ANTONIO DE FREITAS PACHECO	(ORIENTADOR) IAG/USP
Dr. JORGE DUCATI	IF/UFRGS
Dr. JOÃO EVANGELISTA STEINER	IAG/USP
Dr. SAYD JOSÉ CODINA LANDABERRY	ON/CNPq
Dr. RAMIRO DE LA REZA	ON/CNPq

## SUMMARY

This work presents a model for the structure of a radiatively driven wind in the meridional plane of a rapidly rotating star. Simulation of viscous forces and rotation effects such as gravity darkening and distortion were included in the motion equations. The line force is considered with the inclusion of the finite disc correction and it varies according to the stellar latitude.

An application to a typical B1V star leads to total mass loss rates of the order of  $10^{-8}$  to  $5 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$  while the equatorial mass flux may be 70-100 times greater than the polar one. Our envelope models are flattened towards the equator and the wind terminal velocities in that region are rather high (1000 km/s). However near the photosphere of the star the equatorial velocity field is dominated by rotation.

## SUMMARY

This work presents a model for the structure of a radiatively driven wind in the meridional plane of a rapidly rotating star. Simulation of viscous forces and rotation effects such as gravity darkening and distortion were included in the motion equations. The line force is considered with the inclusion of the finite disc correction and it varies according to the stellar latitude.

An application to a typical B1V star leads to total mass loss rates of the order of  $10^{-8}$  to  $5 \times 10^{-8} M_{\odot}/\text{yr}$  while the equatorial mass flux may be 70-100 times greater than the polar one. Our envelope models are flattened towards the equator and the wind terminal velocities in that region are rather high (1000 km/s). However near the photosphere of the star the equatorial velocity field is dominated by rotation.

DEDICO ESTE TRABALHO

A MINHA FILHA *CECILIA*

## AGRADEÇO

Ao Dr. José Antonio de Freitas Pacheco, orientador desta tese, por sua decisiva participação ao longo das várias fases do trabalho;

Ao Dr. Sayd José Codina Landaberry pelo importante apoio que sempre representou e ao Dr. Daniel Petrini pela colaboração durante nosso convívio;

Aos colegas-amigos, do ON ou não, pelo auxílio na computação, nas missões de observação, na discussão dos problemas, papos de almoço, companheirismo, pelo dia-a-dia comum. Em especial a Éden, Augusto, Bruno, Carlos Henrique, Claudio, Chan, Dalton, Dôra, Flavio, Jucira, Katia, Ruth, Vladimir;

A Ademar, Carla, Elza, Pedro, Vera pela boa vontade com que sempre me atenderam;

A Rosane, pelos belos desenhos, ao pessoal da gráfica e, muito particularmente ,

A Sílvia pelo carinho, pela força, pelo estímulo, por tudo.

## ÍNDICE

APRESENTAÇÃO.....	01
CAP. I- OS VENTOS ESTELARES RADIATIVOS.....	05
CAP. II- O MODELO HIDRODINÂMICO.....	24
Apêndice ao Cap. II- A solução da equação.....	42
CAP. III- ESTRELAS Be - UMA VISÃO GERAL.....	53
Introdução.....	53
III.1- As estrelas "centrais".....	55
III.2- A envoltória circunstelar.....	58
III.3- Os modelos.....	68
Apêndice ao Cap. III- A geometria da região em expansão rápida.....	72
CAP. IV- APLICAÇÃO DO MODELO AS ESTRELAS Be.....	87
IV.1- Os parâmetros da estrela e do vento.....	87
IV.2- Os resultados.....	96
CAP. V- COMPARAÇÃO: RESULTADOS DO MODELO - OBSERVAÇÕES.....	106
CONCLUSÃO.....	119
BIBLIOGRAFIA.....	123

## APRESENTAÇÃO

A teoria dos ventos mantidos pela força mecânica da radiação passou por significativos avanços nos últimos anos. Diversas aproximações presentes nos trabalhos iniciais e que limitavam de forma severa a aplicação dos modelos foram analisadas e, em muitos casos, substituídas por expressões mais realísticas. Em especial, a verificação da importância de se levar em conta o tamanho da fonte de radiação (a estrela), permitiu que fosse alcançado um muito melhor acordo entre teoria e observações. Por outro lado, ainda hoje quase todos os modelos são restritos ao caso de simetria esférica.

A observação de linhas com perfis claramente assimétricos no espectro ultravioleta demonstrou de forma conclusiva a existência de ventos em estrelas Be. Posteriormente, essa verificação foi ainda reforçada pela presença, frequente, de componentes discretas deslocadas para menores comprimentos de onda. Algumas tentativas foram feitas de entender esse vento no contexto de modelos radiativos. No caso das Be's porém, várias observações na faixa ótica sugerem fortemente que ocorre uma concentração preferencial de massa na região do equador. Conseqüentemente, uma modelagem de sua envoltória deve abandonar a simetria esférica adotando, no máximo, uma simetria axial.

Nesta tese é apresentado o desenvolvimento de um modelo de vento radiativo axi-simétrico e a aplicação desse modelo a uma estrela Be "típica". A motivação original para este trabalho

partiu de uma idéia já bastante antiga. Em 1924 von Zeipel mostrou que em objetos girantes não apenas a gravidade superficial mas também a luminosidade varia com a latitude estelar. Procuramos, de início, calcular explicitamente como a força radiativa se comportaria em função dessa variação da luminosidade. Esse primeiro procedimento não se revelou muito produtivo. Decidimos então partir para um estudo mais cuidadoso das equações da hidrodinâmica fora da simetria esférica, trabalhando com as três equações de movimento e introduzindo uma simulação de forças viscosas. Esse tratamento nos permitiu, por exemplo, verificar que trabalhos anteriores, restritos ao plano equatorial de objetos girantes, frequentemente adotavam hipóteses pouco consistentes. Os resultados encontrados nesse estudo, que na verdade é uma versão inicial do modelo exposto nesta tese, estão na publicação "Radiatively driven winds with azimuthal symmetry: application to Be stars" (Araújo e Freitas Pacheco, 1989).

No entanto, no trabalho citado acima ainda fizemos uso da aproximação de fonte pontual que é sabidamente pouco realista. Assim, passamos em seguida a incorporar a correção de disco finito, que procura corrigir a expressão da força radiativa para dar conta do tamanho do objeto. Mesmo assim, os resultados alcançados deixaram a desejar pois não conseguimos obter um contraste entre polo e equador tão significativo quanto esperávamos. Neste período surgiram na literatura sugestões de que o vento nas regiões próximas ao equador de uma Be pudesse ser sustentado não por linhas de ressonância mas sim por numerosas linhas metálicas mais fracas. Decidimos explorar essa sugestão, o

que representou, de certa forma, um retorno à idéia original. Trabalhamos com uma força variável em latitude, expressando essa dependência por uma variação dos parâmetros da força radiativa. Os detalhes deste modelo, sua aplicação às estrelas Be e o confronto dos resultados com as observações constituem o objeto desta tese.

No capítulo I, fazemos um apanhado geral dos diversos modelos de ventos sustentados pela radiação. Separamos as hipóteses geralmente usadas nos vários tratamentos entre aquelas relacionadas com a hidrodinâmica do escoamento e as que dizem respeito a força das linhas. Procura-se mostrar que os maiores avanços foram conseguidos na expressão da força radiativa. Por fim, discutimos a aplicação dos modelos à várias classes de objetos.

O capítulo II apresenta o desenvolvimento do nosso modelo hidrodinâmico, cujas características principais são as seguintes: trabalhamos com as três equações de movimento, simulamos uma viscosidade turbulenta permitindo a transferência de momento angular rotacional da estrela para o vento, incluímos os efeitos de distorção do objeto e escurecimento gravitacional provocados pela alta rotação, consideramos o tamanho do objeto na expressão usada para a aceleração das linhas e introduzimos uma dependência em latitude para essa força. Ao final do capítulo, um apêndice desenvolve o método e as expressões usados na solução da equação da componente radial (de expansão) da velocidade.

No capítulo III pode ser encontrada uma revisão atual das estrelas Be. Dividimos essa revisão em três seções: as características das estrelas "centrais", as observações da

envoltória circunstelar e os principais modelos (empíricos ou físicos) existentes na literatura. O ponto alto do capítulo é a sistematização dos principais tópicos observacionais, apontando os consensuais e os duvidosos. Um ponto sobre o qual persiste a controvérsia diz respeito à geometria do vento. Apresentamos nossa contribuição particular a esse tópico no apêndice ao capítulo III.

Os capítulos IV e V são os mais importantes do trabalho. A primeira seção do cap. IV discute os valores dos parâmetros usados na aplicação do modelo. Essa discussão é significativa pois os resultados são relativamente dependentes desses parâmetros. A seção IV.2 apresenta os resultados gerais e procura explicitar como eles variam em função de rotação, viscosidade, perfil de temperatura etc. No capítulo V confrontamos as taxas de perda de massa, as velocidades terminais, as leis de expansão; os perfis de densidade encontrados com aqueles derivados observacionalmente. É verificado que podemos reproduzir razoavelmente bem a estrutura da envoltória circunstelar (ou pelo menos uma estrutura proposta, já que não existe um pleno acordo) mas precisamos de uma alta rotação. De qualquer modo, pensamos ter desenvolvido o modelo físico que melhor reproduz as características observacionais. Finalmente, a conclusão procura fazer uma avaliação crítica do trabalho e as perspectivas de desenvolvimentos futuros.

## CAPÍTULO I

### OS VENTOS ESTELARES RADIATIVOS

A presença de intensos ventos estelares em praticamente todas as classes de objetos da região quente do diagrama H-R, está atualmente firmemente estabelecida. Estrelas do tipo OB - da sequência principal ou evoluídas - , estrelas Wolf-Rayet, Be's e B[e]l's, variáveis superluminosas e outras, apresentam perfis de linhas indicativos de uma envoltória em expansão. São perfis tipo P-Cygni, assimétricos ou deslocados do comprimento de onda de repouso que inclusive em muitos casos revelam velocidades superiores às de escape, denunciando assim de maneira inequívoca a perda de massa. A medida em que se consolidavam as evidências da existência generalizada de ventos em estrelas quentes ( para o que foram decisivas as observações advindas da região ultravioleta ) foi sendo desenvolvida uma teoria adequada para explicar as observações. Sabe-se hoje que esses ventos são impulsionados essencialmente pela pressão de radiação, graças a grande luminosidade dos objetos.. Tais modelos têm sido sucessivamente refinados nos últimos anos e são capazes de reproduzir bastante bem as taxas de perda de massa e as velocidades de expansão, pelo menos no caso das estrelas  $O_f$  e supergigantes azuis.

Uma descrição simples do mecanismo físico responsável por essa força radiativa pode ser feita como a seguir. Quando um fóton do campo de radiação interage com um íon do gás ocorre uma transferência de momentum da radiação para o gás. Como a absorção líquida é radial e a emissão isotrópica, esses íons são então

acelerados "para fora" e ao sofrerem colisões com outras partículas do meio repartem o momentum adquirido, acelerando dessa maneira o material como um todo. Estando a atmosfera em movimento, o fóton será ressonante com uma linha cuja frequência é diferente da sua, de acordo com o efeito Doppler. Por esse mecanismo uma expansão poderia ser iniciada e/ou mantida dependendo da intensidade da aceleração transmitida ao gás. Em um trabalho pioneiro, Lucy e Solomon (1970) concluíram que a força devida a uma única linha ressonante no UV pode provocar um vento em estrelas luminosas OB. Posteriormente Abbott (1979) mostrou que o diagrama H-R está dividido em três regiões :

- (i) uma região na qual uma atmosfera estática é dinamicamente instável, isto é , os ventos radiativos são auto-iniciantes,
- (ii) uma região intermediária na qual tanto uma atmosfera estática quanto um vento estelar podem ser estáveis,
- (iii) uma região na qual um vento não pode ser iniciado e nem ao menos mantido pela força radiativa das linhas.

Em particular, estrelas B e Be não gigantes se localizariam na região intermediária.

O tratamento que abriu caminho para um modelo que seja auto-consistente e possibilite uma confrontação quantitativa com as observações foi sem dúvida o de Castor, Abbott e Klein (1975, daqui em diante simplesmente CAK). Eles obtiveram a solução para as equações da hidrodinâmica incluindo a força radiativa de um número grande de linhas. Para isso fizeram uso do chamado "multiplicador de força", uma parametrização que desde então tem se revelado bastante útil. Na verdade esta é a quantidade crucial

nos modelos de ventos radiativos. Apesar das inúmeras e drásticas aproximações presentes em CAK, sua contribuição foi decisiva. Basta notar que a maioria dos trabalhos posteriores consistiu em introduzir melhoramentos e modificações nas aproximações feitas. Sendo assim, pareceu-nos natural tomar esse trabalho como ponto de partida e, a partir dele, discutirmos os vários aspectos e desenvolvimentos dos modelos.

A grosso modo podemos fazer uma separação em dois grandes grupos nas hipóteses necessárias ao tratamento do problema. Aquelas mais propriamente relacionadas com a hidrodinâmica da matéria em expansão e aquelas relacionadas com a força radiativa das linhas. Começaremos por discutir a hidrodinâmica dos ventos.

CAK considerou uma descrição "um-fluido" de um escoamento esfericamente simétrico, radial, estacionário, não-viscoso e com um perfil de temperatura especificado a priori. Ignorou ainda os efeitos de rotação e a possível presença de um campo magnético. Todas essas hipóteses já foram algumas vezes alvo de críticas e comentários embora em muitos casos de uma maneira qualitativa. É bem conhecido, por exemplo, que os ventos de estrelas quentes não são estacionários. Contudo, acreditamos que mesmo para estrelas com ventos fortemente variáveis ocorram períodos de quiescência e que uma teoria estacionária possa descrever as características médias mais estáveis dessa componente de fundo. De qualquer maneira não temos conhecimento do desenvolvimento até agora de modelos consistentes dependentes do tempo. Além disso, uma boa teoria estacionária pode servir também para uma análise da estabilidade dos ventos estelares, levando assim a um melhor

entendimento da variabilidade. A descrição "um-fluido" pode ser justificada comparando-se a velocidade de escoamento do fluxo com a velocidade de arraste dos íons que absorvem o momentum radiativo (Mihalas, 1978 ; ver também Morgan, 1975). A ausência de efeitos dissipativos causados por forças viscosas internas do fluido é também discutida nesses dois trabalhos. Por outro lado não deve ser descartada a hipótese de transporte de momento angular por algum agente viscoso seja magnético ou turbulento.

A maioria das estrelas quentes apresenta velocidades de rotação relativamente elevadas (Conti e Ebbets, 1977). No caso das Be's a rotação alcança uma fração significativa da velocidade crítica (Slettebak, 1982). É natural então que os efeitos causados pela rotação estejam entre os mais estudados. Se incluimos a rotação simplesmente adicionando um termo de força centrífuga nas equações apresentadas por CAK , obtemos velocidades terminais menores mas a perda de massa não é significativamente alterada (Castor, 1979). A partir de um estudo analítico, Marlborough e Zamir (1984) chegaram a conclusões similares. Posteriormente, porém, verificou-se que esses resultados não são corretos, ocorrendo apenas quando se trata a fonte de radiação como pontual (Pauldrach, Puls e Kudritzki, 1986 daqui em diante PPK ; Friend e Abbott , 1986). Por outro lado a rotação rápida é um mecanismo que provoca uma anisotropia na expansão embora mantendo simetria axial. Conseqüentemente, modelos que incorporem a rotação deveriam também a rigor abandonar a descrição unicamente radial, própria da simetria esférica. Entretanto, os modelos desenvolvidos até este presente trabalho restringiram-se ao plano equatorial dos objetos

girantes ( como usual consideramos plano equatorial aquele perpendicular ao eixo de rotação ) e procuraram apresentar as soluções dos modelos na ausência de rotação como apropriadas para as regiões polares (Marlborough e Zamir, 1984 ; Poe e Friend , 1986). Em adição, vários trabalhos existem que conjugam os efeitos da rotação com um campo magnético (por exemplo Friend e MacGregor, 1984 ; Poe e Friend, 1986). A pertinência desses trabalhos pode ser questionada pois não se observam tais campos ( Barker e outros, 1985 e citações lá apresentadas ). Todavia é por vezes argumentado que campos magnéticos pouco intensos - abaixo do nível de detectabilidade - quando combinados com altas taxas de rotação podem influenciar a estrutura do vento. Em nossa opinião, a modificação no comportamento da velocidade azimutal ( qual seja o afastamento da conservação do momento angular ) é mais provavelmente causada por um outro mecanismo físico como a viscosidade turbulenta.

Como expresseo no próprio artigo original o trabalho de CAK supõe um perfil de temperatura especificado a priori, por exemplo uma envoltória isotérmica, ou uma distribuição coerente com o requisito de equilíbrio radiativo. De qualquer modo é um modelo de "vento frio" (temperatura eletrônica da ordem da Teff), da mesma forma que a maioria dos modelos de ventos radiativos. No entanto, a observação de linhas de ressonância de espécies altamente ionizadas como OVI , NV e CIV - fenômeno até há pouco impropriamente denominado de superionização - fez com que surgissem alternativas. Lamers e Morton (1976) sugeriram o que podemos denominar de " vento morno " ( $T_e \sim 2 - 3 * 10^5$  K) e Olson

e Castor (1981) entre outros supuseram a existência de uma coroa fina, com temperatura na ordem do milhão de graus. O trabalho de Pauldrach (1987) - através de um tratamento adequado do equilíbrio estatístico que será discutido mais adiante - parece indicar que é possível compatibilizar a existência de quantidade significativa de tais íons com temperaturas eletrônicas "baixas" ( $30 - 40 \cdot 10^3$  K). É importante ressaltar que em todos esses casos a temperatura é tratada de uma maneira "ad hoc" pois ainda não se conseguiu um tratamento rigoroso para a equação de conservação da energia. Por outro lado, a solução da equação de movimento parece não ser muito sensível ao perfil de temperatura adotado (CAK, PPK).

Vamos agora examinar o problema da força radiativa devida às linhas. Entre as várias aproximações presentes em CAK a menos realística é provavelmente considerar a estrela como uma fonte pontual de radiação. Essa hipótese, que implica em assumir que a interação dos fótons com os íons se dá exclusivamente segundo a direção radial, superestima grandemente a aceleração radiativa nas regiões próximas a fotosfera e a subestima a maiores distâncias. Se consideramos uma hipótese mais adequada como um disco uniforme, introduzindo a chamada correção de disco finito, o novo perfil da força conduzirá a valores significativamente mais elevados nas velocidades terminais e reduzirá as taxas de perda de massa. Esses importantes resultados foram obtidos independentemente por Pauldrach, Puls e Kudritzki ( 1986, "PPK" ) e por Friend e Abbott (1986).

Para o cálculo apropriado da aceleração é crucial também o problema da transferência radiativa. No que diz respeito a

opacidade das linhas um avanço significativo foi realizado por Abbott (1982). Nesse trabalho a opacidade é calculada usando uma lista completa para os elementos desde o H até o Zn nos estágios de ionização I até VI, mas o balanço de ionização leva em conta apenas ionização e recombinação a partir e para o nível fundamental e a excitação em equilíbrio termodinâmico local. Com esse tratamento Abbott obteve que um grande número de linhas ressonantes e metaestáveis é necessário para uma boa parametrização do multiplicador de força. Obteve também que aproximadamente metade da aceleração é causada por linhas ópticamente espessas ao passo que a contribuição restante é devida as mais numerosas linhas ópticamente finas. Além disso, obteve dependências adicionais da força com a densidade e metalicidade. A aceleração cresce com a metalicidade o que é razoável, tendo em vista que os metais são os principais absorvedores de momentum. Cresce também com a densidade uma vez que o número de linhas contribuindo aumenta com densidades maiores. Um passo adiante foi realizado por Pauldrach (1987) que abandonou as hipóteses restritivas presentes no trabalho de Abbott e determinou os números de ocupação com um tratamento inteiramente fora do ETL. Graças a isto é obtido um forte deslocamento no sentido de estágios de ionização mais elevados: NV é facilmente produzido em estrelas O9.5V enquanto OVI estaria claramente presente em objetos tipo O4f embora não seja tão significativo em O9.5V. Isto indicaria que o problema da "superionização" pode ser entendido sem necessidade de fontes adicionais de aquecimento.

Duas outras hipóteses presentes no trabalho de CAK foram

sujeitas a crítica : o espalhamento único dos fótons e o uso da aproximação de Sobolev. Essa última aproximação é válida apenas para velocidades supersônicas e grandes gradientes de velocidade. Portanto, a rigor não seria aplicável nas regiões internas da envoltória, onde a velocidade é subsônica e possivelmente também não a grandes distâncias, onde a velocidade praticamente já atingiu seu valor terminal (ver Weber, 1981 e Leroy e Lafon, 1982). Todavia, comparando-se os resultados obtidos através de um tratamento rigoroso da transferência radiativa - que utiliza um sistema de referência comóvel - verifica-se que a aproximação de Sobolev é bem aceitável ( PPK ). Por outro lado, Puls (1987) mostrou que os efeitos provocados por interações com várias linhas podem ser importantes. Esses processos existem pela possibilidade que um fóton seja absorvido e reemitido mais que uma vez em diferentes linhas devido ao efeito Doppler. Diferentes trabalhos - Panagia e Macchetto (1981), Friend e Castor (1983) , Abbott e Lucy (1985) - usaram diferentes métodos para descrever a possível influência de interações múltiplas. No entanto essas investigações trataram os eventos como espalhamentos puros, o que não é verdadeiro. Os modelos auto-consistentes desenvolvidos por Puls (1987) que se baseiam no tratamento da opacidade de Pauldrach discutido anteriormente, levam a conclusão que o espalhamento único superestima a força radiativa. Na verdade seu valor, quando levamos em conta os efeitos de várias linhas é apenas 70% - 90% do obtido no caso aproximado. É preciso ressaltar porém, que tal resultado é válido no caso de estrelas O, para as quais o máximo do fluxo coincide com a região na qual a densidade de linhas é

alta. Para estrelas tipo B por exemplo tal efeito seria menos pronunciado.

É pertinente comentar agora como a teoria dos ventos radiativos com seus desenvolvimentos recentes confronta com as observações. Antes de mais nada é necessário precisar de que maneira pode ser feita essa comparação. O procedimento mais usual até o momento consiste em confrontar estimativas observacionais e predições teóricas para classes de objetos. O principal alvo dessas comparações tem sido as estrelas OB luminosas. Desde há algum tempo existem observações que indicam que nesses objetos a velocidade terminal é proporcional a velocidade de escape ( ver por exemplo Abbott , 1978 ) e que a perda de massa depende da luminosidade segundo uma relação proposta entre outros por Abbott, Bieging e Churchwell (1981). Vale ressaltar que do ponto de vista observacional, a determinação da velocidade terminal é mais precisa do que a da taxa de perda de massa. De qualquer modo pode-se afirmar que em geral essas relações são bem reproduzidas pela teoria (por exemplo PPK, Friend e Abbott, 1986).

Recentemente os valores das velocidades terminais foram reexaminados por Groenewegen e outros (1989). Eles encontraram valores observacionais que são menores do que os preditos teoricamente por cerca de 30%. Contudo, esses valores observacionais são sistematicamente menores do que os anteriormente determinados ( em torno de 400 km/s mais baixos ) e os valores preditos fizeram uso de expressões analíticas aproximadas desenvolvidas por Kudritzki e outros (1989). Além disso a incerteza nos parâmetros estelares ( $M$ ,  $L$ ,  $T_{\text{eff}}$ ,  $R$ ) ainda é

de tal ordem que não permite uma comparação quantitativa mais acurada. Por exemplo, a discrepância acima citada pode ser sanada se adotadas massas menores, determinadas espectroscopicamente, ao invés dos valores derivados das trajetórias evolucionárias. Um outro teste importante pode ser obtido através da comparação entre os objetos luminosos das Nuvens de Magalhães e os da Galáxia. É bem conhecido que as Nuvens apresentam uma menor metalicidade e foi possível determinar observacionalmente (Garmany e Conti, 1985) que suas velocidades terminais são menos elevadas. Kudritzki e outros (1987) foram capazes de reproduzir esses resultados desenvolvendo modelos de diferentes metalicidades.

O procedimento alternativo consiste em tentar reproduzir as taxas de perda de massa e velocidades terminais de objetos individuais para os quais essas grandezas são relativamente bem determinadas. PPK encontrou um bom acordo em um estudo de 7 objetos que incluía 3 estrelas OV, 2 estrelas O evoluídas e 2 B supergigantes. Seu método porém, ainda não poderia ser considerado auto-consistente uma vez que os parâmetros do multiplicador de força são escolhidos a priori. Já Pauldrach (1987) e Puls (1987) desenvolveram modelos auto-consistentes para  $\zeta$  Pup ( OIVf ) e  $\tau$  Sco ( O9.5V ). Seus resultados, principalmente aqueles que levam em conta os efeitos de várias linhas, reproduzem quantitativamente as observações. No entanto, o grau de concordância depende uma vez mais dos parâmetros estelares adotados. Em conclusão, para as estrelas luminosas OB "normais" a teoria atual ultrapassou o estágio de comparações qualitativas e mesmo de estimativas de ordens de grandeza. Trata-se hoje de obter um acordo quantitativo

o mais preciso possível. Para tanto é fundamental por um lado obter melhores determinações dos parâmetros estelares e, por outro lado, desenvolver o maior número possível de modelos auto-consistentes de objetos individuais.

A situação é menos clara, tanto do ponto de vista teórico como observacional, para as estrelas centrais de nebulosas planetárias. Acredita-se que tais objetos sejam remanescentes de gigantes vermelhas que expeliram sua envoltória exterior. Observa-se que algumas estrelas centrais possuem ventos enquanto outras não. Cerruti-Sola e Perinotto (1985) concluíram que este é um efeito de gravidade : para os objetos de baixa gravidade os ventos estariam presentes. Posteriormente Mendez e outros (1988) mostraram que o fator decisivo é a luminosidade ou em outras palavras a distância ao limite de Eddington. Tal cenário indica que os ventos são mantidos basicamente pela radiação. Além disso a velocidade terminal cresce com a  $T_{\text{eff}}$  ao longo de uma trajetória evolutiva de luminosidade constante (Pauldrach e outros , 1988). Os modelos teóricos baseados na força radiativa confirmam esse comportamento e levam a uma massa média para as estrelas centrais em torno de  $0.6 M_{\odot}$ , que é o valor comumente adotado. Por outro lado, no que concerne a perda de massa o quadro é ainda menos claro. Cerruti-Sola e Perinotto (1989) encontraram taxas que são extensões da relação  $M - L$  (Abbott e outros , 1981) para luminosidades mais baixas mas Hutsemekers e Surdej (1989 ) derivaram valores que são superiores por pelo menos uma ordem de grandeza. Existem inúmeras incertezas nesses cálculos, a principal delas sendo as hipóteses a respeito da fração de ionização do ion

considerado e também a abundância relativa da espécie no vento. Freitas Pacheco e outros (1990), em uma análise de uma amostra de 5 ECNP com espectro WC encontraram razões elementais  $\frac{\text{He}}{\text{H}}$  e  $\frac{\text{C}}{\text{He}}$  bem maiores do que as normalmente consideradas e taxas de perda de massa "altas". Esses resultados podem indicar um caminho a ser explorado na busca de um melhor entendimento do problema.

Vamos comentar um pouco agora em que ponto está a confrontação teoria-observações no caso das estrelas Wolf-Rayet. Esses objetos possuem ventos extremamente densos, com forte perda de massa - taxas típicas entre  $1 - 8 * 10^{-5} M_{\odot}/\text{ano}$  - e velocidades terminais que chegam a atingir 3000 km/s. Esses valores caracterizam o bem conhecido problema do fluxo de momentum (Barlow e outros, 1981 ; Abbott e outros, 1986) : o produto  $Mv_{\infty}$  é bem maior do que o permitido teoricamente ( para ventos mantidos unicamente por transferência de momentum radiativo ) mesmo que seja levado em conta a possibilidade de espalhamentos múltiplos. Assim, é comumente questionado se a força radiativa das linhas é suficiente para produzir esses ventos massivos. No entanto acreditamos que tal questão depende de forma vital dos valores dos parâmetros estelares, em particular da luminosidade estelar. Além disso, também neste caso (Wolf-Rayet) existem importantes incertezas nas abundâncias de cada espécie e nos perfis de ionização ao longo da envoltória.

Pauldrach e outros (1985) foram capazes de desenvolver um modelo puramente radiativo que reproduz em ordem de grandeza as características do vento da componente WN da binária V 444 Cygni. Para esse fim, tiveram que aceitar um valor extremamente alto para

a luminosidade, colocando o objeto bem próximo ao limite de Eddington. Tal valor foi derivado observacionalmente a partir de uma análise detalhada das curvas de luz para o intervalo de comprimento de onda  $2460 \text{ \AA} - 3.5 \text{ \mu m}$  (Chereshpashchuk e outros, 1984). Contudo, as luminosidades obtidas recentemente por Schmutz e outros (1989) através de uma análise das linhas do Hélio em 30 objetos são bem menores, inclusive para V444 Cyg. Do mesmo modo a relação massa-luminosidade consistente com os modelos evolutivos de Maeder (1983) também implica em valores abaixo do de Chereshpashchuk e outros. O conjunto desses resultados parece indicar que é preciso adotar um valor pouco realístico de luminosidade se pretendemos manter um modelo de vento puramente radiativo.

Uma alternativa para entender os ventos das W-R foi proposta mais proximamente por Poe e outros (1989). Seu modelo, que faz uso do valor usual da luminosidade, inclui além da pressão de radiação os efeitos da rotação e um campo magnético. Esses fatores proporcionam a transferência de parte do momento angular rotacional da estrela para o vento ocasionando dessa maneira um acréscimo de perda de massa. Todavia, em um vento esfericamente simétrico são obrigados a adotar, além de uma taxa de rotação bastante próxima (85% - 90%) do valor crítico, um campo extremamente intenso (da ordem de 10 kG). Um campo de tal magnitude faria com que a estrela perdesse seu momento angular em uma escala de tempo muito reduzida. Para superar esse problema é proposto um modelo que arbitra a existência de duas componentes distintas : uma pouco densa e em expansão bastante rápida (polos)

e outra bastante densa mas menos veloz (equador). Esse procedimento permite, dentro de certas considerações, um razoável acordo com as observações fazendo uso de um campo magnético pouco intenso. É verdade que não podemos descartar observacionalmente um campo magnético mas é também certo que não existem outros indícios que comprovem sua existência. Em nossa opinião até o momento existem duas alternativas pouco conclusivas : ou adotamos um valor bem questionável da luminosidade ou somos obrigados a aceitar a existência de um campo magnético e alta rotação. Uma sugestão que nos parece válida é o desenvolvimento de modelos que trabalhem de maneira coerente fora da simetria esférica e que prescindam de campos magnéticos.

Para compor o quadro geral dos ventos radiativos e suas aplicações falta comentar neste capítulo a situação das estrelas Be, tanto as Be "clássicas" como as B(e) supergigantes. Na verdade, o objetivo do presente trabalho é o desenvolvimento de modelos que se apliquem a estes objetos. Sendo assim, vamos discutí-los em detalhe em capítulos posteriores. Entretanto, faremos a seguir, por razões de completeza, uma descrição sucinta de maneira análoga a que apresentamos para outras classes de objetos.

As Be's têm sido alvo de inúmeros estudos (observacionais na maioria das vezes) há várias décadas. Nos últimos anos as observações ultravioleta adicionaram novas informações a respeito da envoltória desses objetos. Atualmente é bem estabelecido que as linhas óticas e o excesso de infravermelho são formados em uma região densa ao passo que as linhas de espécies altamente

ionizadas do ultravioleta seriam produzidas em uma região mais rarefeita caracterizada por altas velocidades de expansão. A existência de duas regiões bastante distintas levou a grandes discrepâncias nas estimativas de perda de massa. Taxas da ordem de  $10^{-9}$  a  $10^{-11} M_{\odot}/\text{ano}$  foram derivadas das assimetrias das linhas UV (Snow, 1981; Freitas Pacheco, 1982) enquanto Waters e outros (1987) obtiveram valores cerca de duas ordens de grandeza superiores a partir do excesso de infravermelho. Além disso existem várias evidências, tais como correlações entre a polarização intrínseca e  $v \sin i$  (Poeckert e Marlborough, 1976) ou entre meia largura da linha  $H\alpha$  e  $v \sin i$  (Andrillat, 1983; Dachs e outros, 1986) que indicam uma concentração preferencial da região densa no equador. Lamers e Waters (1987) concluíram que um cenário "tipo disco" implica em taxas de perda de massa totais entre  $10^{-7}$  e  $10^{-9} M_{\odot}/\text{ano}$  e razões entre os fluxos de massa equatorial e polar na faixa de 10 a  $10^4$ . Dois outros aspectos observacionais apresentam controvérsias na literatura. Muitos trabalhos propõem que a região equatorial densa seja caracterizada por baixas velocidades radiais (por exemplo Poeckert e Marlborough, 1978). No entanto sabe-se que em muitos casos as asas de  $H\alpha$  revelam velocidades que podem atingir a 1000 km/s (Andrillat e Fehrenbach, 1982; Andrillat, 1983). Damineli (1988) sugeriu que o perfil de velocidades desta região seja dominado pela rotação nas partes próximas a fotosfera e pela expansão nas partes mais externas. A outra controvérsia diz respeito a geometria da região de baixas densidades e altas velocidades. Enquanto alguns autores (Selvelli e Araújo, 1984; Marlborough e Peters, 1986) encontram correlações

que podem indicar um afastamento da simetria esférica outros trabalhos (Barker e outros, 1984 ; Grady e outros, 1987) não confirmam tais resultados. O apêndice ao final do capítulo III desta tese é dedicado a essa questão.

Do ponto de vista teórico algumas poucas tentativas foram feitas para entender a matéria circunstelar das Be's no contexto de ventos mantidos radiativamente (além desses existem inúmeros modelos empíricos que não serão comentados agora). Como as Be's são objetos que giram rapidamente, é introduzido um termo de aceleração centrífuga na equação de movimento . Marlborough e Zamir (1984) desenvolveram um estudo analítico sem de fato obter a solução da equação. Comparando a localização do ponto crítico nos casos com rotação (equador) e sem rotação (polos) obtiveram qualitativamente que o vento seria mais denso na região equatorial. Posteriormente Poe e Friend (1986) propuseram um vento radiativo (com a correção de disco finito) que além da rotação incluía também um campo magnético. Esse modelo, que é o mesmo que depois foi aplicado as W-R (Poe e outros, 1989) é também restrito ao plano equatorial e simula as regiões polares pela ausência de rotação. De qualquer modo consegue obter estimativas razoáveis da perda de massa mas o fluxo de massa equatorial é, no caso mais favorável, apenas cinco vezes mais forte que o polar. Em adição, as velocidades terminais preditas são um pouco mais elevadas (2-3 vezes) que as observadas. Pode-se concluir que a aplicação da teoria dos ventos mantidos radiativamente às estrelas Be ainda se encontra pouco desenvolvida e que modificações precisam ser introduzidas a fim de conseguirmos modelos mais realísticos. O

trabalho que apresentamos anteriormente ( Araújo e Freitas Pacheco, 1989 ) é uma versão inicial do modelo exposto nesta tese. Resumidamente podemos adiantar que, graças a um tratamento adequado das equações da hidrodinâmica na ausência da simetria esférica, sem a necessidade de incluir um campo magnético mas permitindo uma simulação de forças viscosas é obtido naquele trabalho um contraste um pouco maior (10 vezes) entre os fluxos de massa equatorial e polar e velocidades terminais no equador na faixa entre 900 e 1300 km/s.

Por sua vez as estrelas B(e) supergigantes tem sido estudadas de forma sistemática apenas nos últimos anos. Sua principal característica é o espectro híbrido. Enquanto no ótico observamos linhas de emissão, estreitas, permitidas ou proibidas, de elementos de baixa excitação, no UV estão presentes linhas de absorção alargadas de elementos de alta excitação. Além disso apresentam um grande excesso no infravermelho (ver Zickgraf e outros, 1985 ; 1986; Wincler e Wolf, 1989). São objetos superluminosos que, apesar de não sofrerem de variabilidade intensa guardam bastante semelhança com as estrelas variáveis tipo S Doradus.

O desenvolvimento de um modelo físico ainda se encontra em fase bem preliminar. Até o momento praticamente só existe a sugestão (ver trabalhos citados acima) de um esquema semelhante ao das Be clássicas : um vento em duas componentes (equatorial e polar). Ao contrário das Be clássicas porém, é possível que uma pequena rotação possa gerar uma estrutura desse tipo tendo em vista que as B(e)'s são superluminosas e portanto a gravidade

efetiva é reduzida. Tal cenário ganhou reforço recentemente com a verificação da existência de polarização no contínuo (Zickgraf e Schulte-Ladbeck, 1989). Bem recentemente Boyd e Marlborough (1990) desenvolveram o único modelo físico que temos conhecimento para esses objetos. Eles calcularam a polarização por espalhamento eletrônico em um vento radiativo distorcido pela rotação. A polarização obtida, mesmo nos casos extremos, é cerca de duas ordens de grandeza inferior aos valores observados. Entretanto este modelo considera uma mesma força radiativa nas duas regiões. Acreditamos que um modelo que leve em conta uma dependência em latitude da força, como o que apresentamos nesta tese, possa conduzir a resultados mais adequados.

Podemos resumir o que discutimos neste capítulo da seguinte maneira. Existem atualmente modelos que tratam a microfísica da interação entre os fótons e a matéria com bastante detalhe : o tratamento do equilíbrio estatístico é inteiramente não-ETL, são considerados os efeitos provenientes da interação com várias linhas e é levado em conta o tamanho finito (não pontual) da fonte de radiação. Por outro lado, a parte um tratamento bastante simplificado dos efeitos da rotação, a hidrodinâmica é ainda a mesma do trabalho de CAK : escoamento totalmente não viscoso, esfericamente simétrico, independente do tempo e com um perfil de temperatura adotado a priori. No que concerne a aplicação desta teoria encontramos um bom acordo com as observações no caso das estrelas luminosas OB. Para outros objetos persistem grandes discrepâncias. É sintomático que no caso de objetos cuja matéria circunstelar mais provavelmente apresenta desvios da distribuição

esférica, os resultados sejam ainda bastante preliminares. Nosso trabalho procura apresentar uma contribuição nesse sentido. Adotamos um tratamento mais completo da rotação, abandonando a simetria esférica e operando com as três equações de movimento. Incluímos também uma simulação de forças viscosas turbulentas. Desta maneira podemos obter modelos com transporte de momento angular e que não são restritos ao plano equatorial mas ao contrário levam naturalmente a diferentes cenários físicos em diferentes latitudes de objetos girantes. Como uma primeira aplicação endereçamos tal modelo às estrelas Be clássicas. Concretizamos detalhadamente essas idéias nos capítulos seguintes.

## CAPÍTULO II

### O MODELO HIDRODINÂMICO

O objetivo final de um modelo de vento é a descrição da estrutura e da dinâmica da envoltória estelar. Isso equivale a dizer que pretende-se obter os perfis de densidade, velocidade e temperatura em função da posição  $r$  e do tempo  $t$ , considerando os diversos fenômenos físicos envolvidos. Nossas hipóteses iniciais consistem em aceitar que a matéria circunstelar pode ser tratada como um contínuo e que é suficiente uma descrição "um-fluido". Um tratamento geral do problema requer a solução simultânea das equações para a conservação da massa, momentum e energia :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho v) = 0 \quad (\text{II.1})$$

$$\rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \text{grad} v \right] + \text{grad} P + F + f = 0 \quad (\text{II.2})$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + v \cdot \text{grad} E - \left( \frac{E + P}{\rho} \right) \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \cdot \text{grad} \rho \right] = G - L \quad (\text{II.3})$$

Necessitamos também de uma equação de estado; por simplicidade adotamos a de um gás perfeito :

$$P = a^2 \rho \quad (\text{II.4})$$

Nas equações acima  $\rho$  é a densidade,  $v$  a velocidade e  $P$  a pressão do gás;  $F$  é a força volumétrica ("body force") total por unidade de volume e  $f$  a força dissipativa de contato ("boundary force") total por unidade de volume agindo em um elemento do fluido.  $E$  é a energia interna do gás por unidade de volume e  $G$  e  $L$  são respectivamente as taxas de ganho e perda de energia por unidade de volume enquanto  $a$  é a velocidade isotérmica do som. Tendo em vista que para um gás perfeito  $E = c_v T$  ( $c_v$  é o calor específico a volume constante) as equações (II.1), (II.2), (II.3) e (II.4) constituem um conjunto de 6 equações independentes para as 6 variáveis  $\rho$ ,  $v$ ,  $P$  e  $T$  desde que  $F$ ,  $f$ ,  $G$  e  $L$  não introduzam novas variáveis. A rigor, ocorre a situação oposta e o problema pode se tornar impossível de ser tratado. Por exemplo, se a força radiativa tem uma contribuição importante e/ou devemos levar em conta perdas e ganhos de energia por radiação, precisamos acoplar a equação de transferência radiativa e um conjunto de equações de equilíbrio estatístico que determinem as populações dos níveis atômicos. E mais, a presença de um campo magnético implica em introduzir as equações de Maxwell do eletromagnetismo. Obviamente, torna-se indispensável adotar hipóteses simplificadoras. Em particular, a força radiativa das linhas deve ser desacoplada das equações de movimento. Esse desacoplamento, introduzido por CAK por meio do "multiplicador de força", permite tornar o problema mais tratável.

Vamos estabelecer o sistema de coordenadas esféricas usual  $(r, \theta, \phi)$ , estando o centro da estrela em  $r = 0$  e o plano equatorial definido por  $\theta = \pi/2$ . O objeto gira em torno do eixo perpendicular ao plano equatorial e o ângulo azimutal é medido no mesmo sentido

que a rotação. Consequentemente o problema não apresenta simetria esférica mas mantém a simetria axial. Nossa outra hipótese de trabalho consiste em considerar um estado estacionário. Fazemos isto com o entendimento discutido no capítulo anterior: os ventos devem possuir uma componente regular, razoavelmente estável, e superpostos a esta ocorrem fenômenos episódicos fortemente variáveis. Esperamos descrever a componente mais estável.

Tendo em vista as incertezas existentes nos processos de aquecimento e resfriamento e sua extrema complexidade nós abandonamos a equação da energia substituindo-a por uma variação da temperatura na envoltória da forma

$$T(r, \theta) = T_1(\theta) \cdot T_2(r) \quad (II.5)$$

Mais ainda, consideramos que as correntes meridionais não são significativas o que implica em assumir um campo de velocidades da forma

$$v = v_r(r, \theta) \hat{r} + v_\phi(r, \theta) \hat{\phi} \quad (II.6)$$

É importante ressaltar então, que iremos obter soluções particulares do sistema de equações (II.1)-(II.4) que satisfazem as condições (II.5) e (II.6). Soluções mais gerais podem e devem existir. Mais adiante encontraremos uma dependência funcional mais restrita para a temperatura e discutiremos estas aproximações que estamos introduzindo agora.

Dentro desse contexto a equação da continuidade (II.1) fica

reduzida a

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \rho v_r \right) = 0 \quad (\text{II.7})$$

que pode ser imediatamente integrada levando a

$$\Phi(\theta) = r^2 \rho v_r \quad (\text{II.8})$$

onde  $\Phi(\theta)$  é o fluxo de massa por unidade de ângulo sólido. A perda de massa total  $M$  será encontrada pela relação

$$\dot{M} = \int \Phi(\theta) d\Omega \quad (\text{II.9})$$

Trabalharemos com as três equações de movimento, uma para cada componente da velocidade. Para a componente radial é encontrado

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\phi^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{F}{\rho} + \frac{f_r}{\rho} = 0 \quad (\text{II.10})$$

Consideramos que em cada elemento do fluido estão agindo a força gravitacional (da estrela central) e a pressão de radiação (do contínuo e das linhas). Iremos supor que na direção radial a força  $f$  é nula. Assim, podemos escrever

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\phi^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{GM(1-\Gamma)}{r^2} - \frac{1}{\rho} F^1 = 0 \quad (\text{II.11})$$

O segundo termo representa a aceleração centrífuga, o quarto dá a gravidade efetiva (inclui a atenuação devida a força de radiação por espalhamento eletrônico) e o último é a aceleração originada pela opacidade das linhas. O parâmetro  $\Gamma$  é dado explicitamente por

$$\Gamma = \frac{\sigma_e L}{4\pi G M c} \quad (II.12)$$

Todos os símbolos têm seu significado usual :

$\sigma_e$  - opacidade eletrônica por unidade de massa

L - luminosidade estelar

G - constante gravitacional

M - massa do objeto

c - velocidade da luz

Por simplicidade não incluímos as transições ligado-livre na opacidade do contínuo. Tal mecanismo se torna importante para estrelas com tipo espectral abaixo de B2.

Devemos introduzir agora uma expressão para a força radiativa das linhas. Como discutido no capítulo anterior a aproximação de fonte pontual é pobre e a estrutura do vento é significativamente alterada quando se considera o tamanho da fonte (PPK, Friend e Abbott, 1986). Essa correção é considerada em nosso tratamento. Além disso a expressão que usamos se baseia na aproximação de Sobolev, que parece ser bastante razoável (PPK). Por outro lado não levamos em conta os efeitos de interações com várias linhas mas acreditamos que isso não acarrete maiores erros tendo em vista que estamos interessados em estrelas de tipo espectral B e tal efeito é mais pronunciado em objetos mais quentes (Puls, 1987). Nesse contexto a força é expressa por

$$\frac{F^1}{\rho} = \frac{\sigma_e L}{4\pi cr^2} M(T) \quad (\text{II.13})$$

onde o multiplicador de força  $M(T)$  é dado por

$$M(T) = k (T)^{-\alpha} \left( \frac{n_e}{W(r)} \right)^\delta g\left(r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r}\right) \quad (\text{II.14})$$

onde

$$T = \left( \frac{\sigma_e \rho v_{th}}{\partial v_r / \partial r} \right)$$

O multiplicador é uma parametrização do somatório das opacidades de todas as linhas que contribuem para o vento (ver CAK). Na expressão acima  $v_{th}$  é a velocidade térmica dos íons ao longo da envoltória,  $n_e$  a densidade eletrônica (em unidades  $10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ) e  $W(r)$  o conhecido fator de diluição geométrica.  $k$ ,  $\alpha$ , e  $\delta$  são os três parâmetros da força radiativa.  $k$  nos dá uma medida do número total de linhas que efetivamente impulsionam o vento;  $\alpha$  a contribuição relativa entre linhas ópticamente espessas e ópticamente finas e  $\delta$  está relacionado com modificações na estrutura de ionização da envoltória. Esse último parâmetro foi introduzido por Abbott (1982) e seu valor está compreendido no intervalo  $0 < \delta < 0.1$  (Kudritzki e outros, 1989). Em nosso trabalho seguimos o procedimento de Friend e Abbott (1986) e iremos desprezar os seus efeitos. Entendemos que isto pode ser particularmente perigoso no caso dos ventos de estrelas centrais de nebulosas planetárias e Wolf-Rayet. Por outro lado queremos enfatizar desde logo que em um modelo fora da simetria esférica

(como o nosso) a força radiativa não é necessariamente a mesma em todas as regiões do objeto. De fato é sabido que existe uma dependência com a densidade e com a metalicidade. Sendo assim, devemos esperar que em objetos nos quais existem regiões com características físicas distintas a aceleração radiativa não seja uniforme. Iremos desenvolver essa idéia quando aplicarmos o modelo as estrelas Be e veremos que a introdução de uma variação em latitude da força pode conduzir a resultados bastante mais próximos das observações.  $g(r, v_r, \partial v_r / \partial r)$  é o fator de correção de disco finito e é dado por (ver CAK, PPK, Friend e Abbott, 1986)

$$g\left(r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r}\right) = \frac{1 - \left[ 1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2 + \left(\frac{R}{r}\right)^2 \frac{(v_r/r)}{\partial v_r / \partial r} \right]^{1+\alpha}}{(1+\alpha) \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left[ 1 - \frac{(v_r/r)}{\partial v_r / \partial r} \right]} \quad (\text{II.15})$$

Substituindo (II.14) em (II.13) teremos

$$\frac{F^1}{\rho} = \frac{\sigma_e L}{4\pi c r^2} k \left( \frac{\sigma_e \rho v_{th}}{\partial v_r / \partial r} \right)^{-\alpha} g\left(r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r}\right) \quad \text{ou}$$

$$\frac{F^1}{\rho} = \frac{\sigma_e L}{4\pi c r^2} \frac{k}{(\sigma_e \rho v_{th})^\alpha} \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^\alpha g\left(r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r}\right) \quad \text{e}$$

substituindo  $\rho$  a partir da equação (II.8) e  $L$  da (II.12) a expressão acima se torna

$$\frac{F^1}{\rho} = \frac{1}{r^2} \frac{\Gamma G M k}{(\sigma_e v_{th} \Phi(\theta))^\alpha} \left( r^2 v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^\alpha g \left( r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)$$

Definindo

$$C_1 = \frac{\Gamma G M k}{(\sigma_e v_{th} \Phi(\theta))^\alpha} \quad (II.16)$$

a equação será

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{GM(1-\Gamma)}{r^2} - \frac{C_1}{r^2} \left( r^2 v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^\alpha g \left( r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) = 0 \quad (II.17)$$

Devemos notar que o parâmetro  $C_1$  - ou melhor, o fluxo de massa  $\Phi(\theta)$  - é um auto valor que será obtido com a solução da equação.

A equação para a componente azimutal da velocidade se reduz a

$$v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_r v_\phi}{r} = f_\phi \quad (II.18)$$

onde  $f_\phi$  é uma força do tipo viscosa por unidade de massa. Se  $f_\phi=0$  então a solução de (II.18) seria  $v_\phi r = \text{constante}$ , que expressa a conservação do momento angular. Em nossa opinião essa suposição é por demais restritiva. Queremos portanto permitir soluções que representem um afastamento dessa conservação e nesse sentido admitimos formalmente  $f_\phi$  não nula. Por outro lado não sabemos como representar  $f_\phi$  visto que não existe uma teoria adequada para a turbulência. Assim, adotamos como solução de (II.18)

$$v_{\phi}(r, \theta) = v_1 \sin(\theta) \left(\frac{R}{r}\right)^{\beta}, \quad -1 \leq \beta \leq 1 \quad (\text{II.19})$$

Na equação acima  $v_1$  é a velocidade equatorial fotosférica e  $\beta$  será um parâmetro variável.  $\beta = 1$  corresponde a conservação do momento angular por unidade de massa e  $\beta = -1$  indica rotação de corpo rígido. A equação (II.19) pode ser reescrita equivalentemente para

$$v_{\phi}(r, \theta) = \chi \left( \frac{GM(1-\Gamma)}{R} \right)^{1/2} \sin(\theta) \left(\frac{R}{r}\right)^{\beta} \quad (\text{II.20})$$

onde  $\chi$  é a razão entre a aceleração centrífuga no equador e a gravidade efetiva e  $R$  o raio fotosférico. É importante assinalar que para valores mais elevados de  $\chi$ , próximos a velocidade angular crítica, deve ser considerada a distorção da estrela pela rotação e portanto a variação de  $R$  com a latitude. Se agora combinarmos as equações de estado (II.4), da continuidade (II.8), componente radial (II.17) e componente azimutal da velocidade (II.20) vamos obter

$$\left[ v_r - \frac{a^2(r, \theta)}{v_r} \right] \frac{\partial v_r}{\partial r} = - \frac{GM(1-\Gamma)}{r^2} \left[ 1 - \chi^2 \sin^2(\theta) \left(\frac{R}{r}\right)^{2\beta-1} \right] + \frac{2a^2}{r} - \frac{\partial a^2}{\partial r} + \frac{C_1}{r^2} \left( r^2 v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^{\alpha} g \left( r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \quad (\text{II.21})$$

É simples a obtenção de (II.21). De (II.4) vem

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho \frac{\partial a^2}{\partial r} + a^2 \frac{\partial \rho}{\partial r} \quad \text{ou}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial a^2}{\partial r} + \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} \quad ;$$

por outro lado de (II.8) temos

$$2 r \rho v_r + r^2 \frac{\partial \rho}{\partial r} v_r + r^2 \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} = 0 \quad \text{ou}$$

$$r v_r \frac{\partial \rho}{\partial r} = -2 \rho v_r - r \rho \frac{\partial v_r}{\partial r} \quad \text{ou ainda}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} = -\frac{2}{r} - \frac{1}{v_r} \frac{\partial v_r}{\partial r} \quad \text{e finalmente}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial a^2}{\partial r} - \frac{2a^2}{r} - \frac{a^2}{v_r} \frac{\partial v_r}{\partial r}$$

O resultado imediatamente acima, assim como a equação (II.20) devem ser transportados para (II.17) levando a

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{\chi^2}{r} \left[ \frac{GM(1-\Gamma)}{R} \right] \text{sen}^2(\theta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta} + \frac{\partial a^2}{\partial r} - \frac{2a^2}{r} - \frac{a^2}{v_r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{GM(1-\Gamma)}{r^2} - \frac{C_1}{r^2} \left( r^2 v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^\alpha g \left( r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) = 0 \quad \text{ou}$$

$$\left[ v_r - \frac{a^2}{v_r} \right] \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{GM(1-\Gamma)}{r^2} \left[ 1 - \chi^2 \text{sen}^2(\theta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta-1} \right] + \frac{\partial a^2}{\partial r} - \frac{2a^2}{r} - \frac{C_1}{r^2} \left( r^2 v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^\alpha g \left( r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) = 0$$

que é a equação (II.21)

Vamos agora tratar a equação da componente meridional da velocidade. Mesmo no caso em que negligenciamos as correntes meridionais esta equação leva a uma relação entre a velocidade azimutal e o gradiente da pressão ao longo dos meridianos, a saber,

$$- v_\phi^2 \cot(\theta) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{II.22})$$

Combinando agora as equações de estado (II.4), da continuidade (II.8), com a anterior (II.22) e a da velocidade azimutal (II.19) vamos chegar a

$$\Phi(\theta) = \Phi(0) \frac{v_r(r, \theta)}{v_r(r, 0)} \frac{a^2(r, 0)}{a^2(r, \theta)} \exp \left\{ \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta} v_1^2 \int_0^\theta \frac{\sin(\theta) \cos(\theta)}{a^2(r, \theta)} d\theta \right\} \quad (\text{II.23})$$

A obtenção de (II.23) é também simples. Substituindo (II.19) e (II.4) em (II.22) teremos

$$- v_1^2 \sin^2(\theta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta} \cot(\theta) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial (a^2 \rho)}{\partial \theta} = 0 \quad \text{ou}$$

$$\left( \frac{v_1}{a} \right)^2 \sin(\theta) \cos(\theta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \ln(a^2 \rho) \right]$$

mas como

$$\rho = \frac{\Phi(\theta)}{r^2 v_r} \quad (\text{II.1}) \quad \text{vem}$$

$$\int_0^\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \ln \left( \frac{a^2 \Phi(\theta)}{r^2 v_r} \right) \right] = v_1^2 \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta} \int_0^\theta \frac{\sin(\theta) \cos(\theta)}{a^2(r, \theta)} d\theta$$

ou, desenvolvendo a primeira integral

$$\ln \left[ \frac{a^2(r, \theta) \Phi(\theta)}{a^2(r, 0) \Phi(0)} \frac{v_r(r, 0)}{v_r(r, \theta)} \right] = v_1^2 \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta} \int_0^\theta \frac{\sin(\theta) \cos(\theta)}{a^2(r, \theta)} d\theta$$

e podemos escrever

$$\Phi(\theta)a^2(r,\theta)v_r(r,\theta) = \Phi(0)a^2(r,0)v_r(r,\theta) \exp \left\{ v_1^2 \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta} \int_0^\theta \frac{\sin(\theta)\cos(\theta)\partial\theta}{a^2(r,\theta)} \right\}$$

que é idêntica a (II.23)

Se tomamos agora, em acordo com (II.5) que

$$a^2(r,\theta) = a_1(\theta) \cdot a_2(r)$$

e substituimos em (II.23) teremos

$$\Phi(\theta) = \Phi(0) \frac{v_r(r,\theta)}{v_r(r,0)} \frac{a_1(0)}{a_1(\theta)} \exp \left\{ \frac{v_1^2}{a_2(r)} \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta} \int_0^\theta \frac{\sin(\theta)\cos(\theta)\partial\theta}{a_1(\theta)} \right\}$$

que exige

$$a_2(r) = \lambda \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta} \quad (\text{II.24a})$$

$$v_r(r,\theta) = v_1(\theta) \cdot v_2(r) \quad (\text{II.24b})$$

onde  $\lambda$  é uma constante arbitrária. As equações (II.24) caracterizam importantes aspectos de nossa formulação e serão comentadas a seguir.

A equação (II.24a) indica que uma envoltória isotérmica seria representada por  $\beta = 0$  ao passo que a (II.20) revela que um escoamento completamente não-viscoso implica em  $\beta = 1$ . Consequentemente é inconsistente adotar essas duas hipóteses em conjunto, procedimento usual em inúmeros trabalhos. De fato, os

trabalhos anteriores só lidavam com a equação da componente radial da velocidade e ainda restrita ao plano equatorial ( $\theta = \pi/2$ ) dos objetos girantes. A inconsistência que estamos descrevendo se torna clara quando se faz um tratamento mais completo, utilizando as três equações de movimento. Somente se forçarmos a adoção simultânea de um vento isotérmico ( $\partial a^2 / \partial r = 0$ ) e que conserve momento angular ( $\beta = 1$ ), é que (II.21) se reduz a

$$\left[ v_r - \frac{a^2}{v_r} \right] \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{GM(1-\Gamma)}{r^2} \left[ 1 - \chi^2 \left( \frac{R}{r} \right) \right] - \frac{2a^2}{r} - \frac{C_1}{r^2} \left( r^2 v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^\alpha g \left( r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) = 0$$

no plano equatorial. Essa é a equação comumente usada (Marlborough e Zamir, 1984; Friend e Abbott, 1986; PPK etc). Na verdade ao escolhermos valores para o parâmetro  $\beta$  devemos fazer um compromisso entre um perfil de temperatura que seja razoável e a viscosidade ou seja o comportamento da velocidade azimutal  $v_\phi$ . Por exemplo, modelos que adotem a conservação do momento angular acarretam uma queda bastante rápida da temperatura com a distância a estrela. No momento não estamos em condições de apresentar uma justificativa rigorosa que explique claramente o porque desse comportamento. Lembramos no entanto que foi imposto, como solução da equação de energia, que o perfil de temperatura é separável segundo as componentes  $r$  e  $\theta$ . Isso significa que colocamos restrições nos mecanismos de perda e ganho de energia, incluindo possivelmente vínculos sobre a viscosidade. Mais ainda, foi

imposto também um campo de velocidades que despreza a componente meridional  $v_{\theta}$ , e essa hipótese é importante na derivação de (II.24). Por outro lado, é preciso insistir que não estamos obtendo as soluções gerais do problema. Soluções mais gerais do que aquelas que apresentamos, não sujeitas as condições (II.5) e (II.6), provavelmente não são caracterizadas por essa dependência. Contudo, soluções particulares, como certamente é o caso de uma envoltória isotérmica com velocidade unicamente radial, devem necessariamente respeitar a condição encontrada.

Se definirmos

$$a^2(R, \theta) = a_0^2(\theta)$$

podemos escrever

$$a^2(r, \theta) = a_0^2(\theta) \left(\frac{R}{r}\right)^{2\beta} \quad (\text{II.25})$$

e portanto

$$\frac{\partial a^2}{\partial r} = -\frac{2\beta a_0^2}{R} \left(\frac{R}{r}\right)^{2\beta+1} \quad (\text{II.26})$$

Considerando (II.25) e (II.26) e levando em conta a variação da velocidade térmica dos íons na envoltória teremos

$$\left[ v_r - \frac{a_0^2}{v_r} \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta} \right] \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{GM(1-\Gamma)}{r^2} \left[ 1 - \chi^2 \sin^2(\theta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta-1} \right] =$$

$$= \frac{2a_0^2}{R} (1+\beta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta+1} + \frac{C p(r)}{r^2} \left( r^2 v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^\alpha g \left( r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \quad (\text{II.27})$$

onde

$$C = \frac{\Gamma G M k}{(\sigma_e v^* \Phi(\theta))^\alpha} \quad ; \quad p(r) = \left( \frac{r}{R} \right)^{\beta\alpha}$$

e  $v^*$  é a velocidade térmica na fotosfera.

Essa é a equação básica que descreve o vento. Vamos resolvê-la fixando a latitude  $\theta$  e integrando numericamente na coordenada radial  $r$ , o que é permitido pela eq. (II.24b). Procedendo dessa maneira para diversos ângulos  $\theta$  poderemos obter o perfil da velocidade radial  $v_r(r, \theta)$  e o fluxo de massa em cada latitude  $\Phi(\theta)$ . Retornando, a equação da continuidade (II.8) nos fornece a densidade  $\rho(r, \theta)$  e a equação (II.9) a taxa total de perda de massa  $\dot{M}$ .

Para resolver essa equação nós seguimos o procedimento tradicional (ver CAK, PPK etc). Definimos novas variáveis

$$u = - \frac{1}{r}$$

$$w = \frac{1}{2} v^2$$

$$w' = \frac{dw}{du} \quad (\text{II.27})$$

$$h(u) = -GM(1-\Gamma) - \frac{2a^2}{u} - \frac{da^2}{du}$$

$$\tilde{\chi}(u, w, w') = \left( 1 - \frac{a^2}{2w} \right) w' - h(u) - C p(u) (w')^\alpha g(u, w, w')$$

e a equação se torna

$$\tilde{\chi}(u, w, w') = 0 \quad (\text{II.28})$$

A integração é feita a partir de um ponto crítico  $r_c$  definido pelas condições de singularidade

$$\frac{\partial \tilde{\chi}}{\partial w'} = 0 \quad (\text{II.29})$$

e regularidade

$$\frac{d\tilde{\chi}}{du} = 0 \quad (\text{II.30})$$

Essas relações dão origem a um complicado sistema de equações que permitem obter a velocidade e sua derivada no ponto crítico e o fluxo de massa desde que tenhamos o valor desse raio crítico. O método usual consiste então em arbitrar um valor inicial e integrar a equação no sentido "para dentro" (para a fotosfera estelar). Usando a condição de contorno adicional que a profundidade ótica na fotosfera seja igual a  $2/3$ , fixamos o raio crítico. Feito isso, desenvolvemos a integração no sentido "para fora" obtendo dessa maneira uma solução completa. Os detalhes desse método são apresentados no apêndice ao final deste capítulo.

Em capítulos posteriores iremos aplicar esse modelo para a envoltória das estrelas Be. Para isso será necessária uma

discussão a respeito dos parâmetros adotados, tanto aqueles da estrela como os do vento propriamente dito. Antes porém, faremos no próximo capítulo uma revisão um pouco mais detalhada do contexto observacional no qual o problema particular das Be's está inserido.

APÊNDICE AO CAPÍTULO II

A SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO

Nossa equação para a velocidade de expansão é :

$$\left[ v_r - \frac{a_0^2}{v_r} \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta} \right] \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{GM(1-\Gamma)}{r^2} \left[ 1 - \chi^2 \text{sen}^2(\theta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta-1} \right] =$$

$$= \frac{2a_0^2}{R} (1+\beta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta+1} + \frac{C p(r)}{r^2} \left( r^2 v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^\alpha g \left( r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \quad (\text{II.27})$$

onde

$$C = \frac{\Gamma G M k}{(\sigma_e v_* \Phi(\theta))^\alpha} \quad ; \quad p(r) = \left( \frac{r}{R} \right)^{\beta\alpha}$$

e

$$g \left( r, v_r, \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) = \frac{1 - \left[ 1 - \left( \frac{R}{r} \right)^2 + \left( \frac{R}{r} \right)^2 \frac{(v_r/r)}{\partial v_r / \partial r} \right]^{1+\alpha}}{(1+\alpha) \left( \frac{R}{r} \right)^2 \left[ 1 - \frac{(v_r/r)}{\partial v_r / \partial r} \right]}$$

Como vamos resolve-la fixando a coordenada  $\theta$  e integrando apenas em  $r$  trocamos  $\partial$  por  $d$  e  $v_r$  por  $v$  o que simplifica a notação. Reescrevemos a equação anterior na forma equivalente

$$\left[ v - \frac{a^2}{v} \right] \frac{dv}{dr} = - \frac{GM(1-\Gamma)}{r^2} \left[ 1 - \chi^2 \text{sen}^2(\theta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta-1} \right] + \frac{2a^2}{r} - \frac{da^2}{dr}$$

$$+ \frac{C p(r)}{r^2} \left( r^2 v \frac{dv}{dr} \right)^\alpha g \left( r, v, \frac{dv}{dr} \right)$$

Esta equação é particularmente difícil de ser tratada por causa do fator de correção  $g$  e sua dependência adicional em  $r$ ,  $v$  e

$\frac{dv}{dr}$ . Faz-se necessário então um esquema iterativo. No primeiro

passo apenas a dependência em  $r$  é mantida. Teremos então

$$\left[ v - \frac{a^2}{v} \right] \frac{dv}{dr} = - \frac{GM(1-\Gamma)}{r^2} \left[ 1 - \chi^2 \text{sen}^2(\theta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta-1} \right] + \frac{2a^2}{r} - \frac{da^2}{dr} + \frac{C P(r)}{r^2} \left( r^2 v \frac{dv}{dr} \right)^\alpha \quad (\text{AII.0})$$

onde

$$P(r) = \left( \frac{r}{R} \right)^{\beta\alpha} \left\{ \frac{1 - [1 - (R/r)^2]^{1+\alpha}}{(1+\alpha) (R/r)^2} \right\}$$

usando-se as transformações indicadas quais sejam

$$u = -\frac{1}{r} ; \quad w = \frac{1}{2} v^2 ; \quad w' = \frac{dw}{du}$$

chega-se facilmente a

$$\tilde{y}(u, w, w') \equiv \left( 1 - \frac{a^2}{2w} \right) w' - h(u) - C P(u) (w')^\alpha = 0 \quad (\text{AII.1})$$

onde

$$h(u) = -GM(1-\Gamma) [1 - \chi^2 \text{sen}^2(\theta) R^{2\beta-1} (-u)^{2\beta-1}] - \frac{2a^2}{u} - \frac{da^2}{du}$$

A função  $\tilde{y}(u, w, w')$  definida acima é não linear em  $w'$ . Dependendo da região podemos encontrar nenhum, um ou dois valores de  $w'$  que a satisfaçam, para cada par  $(u, w)$ . A solução que nos interessa é subsônica a pequenos  $r$  e deve atingir velocidades indefinidamente elevadas a grandes distâncias. Na verdade a solução deve partir pelo ramo inferior e terminar no ramo superior, fazendo a passagem no único ponto de encontro que é o

chamado ponto crítico definido pelas relações de regularidade e singularidade :

$$\frac{\partial \tilde{\gamma}}{\partial w'} = 0 \quad ; \quad \frac{d\tilde{\gamma}}{du} = 0 \quad (\text{AII.2})$$

Para uma maior discussão da topologia da equação e sua solução indicamos por exemplo CAK, Abbott (1980), Marlborough e Zamir (1984).

A aplicação das condições (AII.2) nos leva, após algum algebrismo a

$$w = \frac{1}{2}a^2 - \frac{\alpha h}{1-\alpha} \left\{ \frac{1}{2a^2} \frac{da^2}{du} \pm \left[ \left( \frac{1}{2a^2} \frac{da^2}{du} \right)^2 + \frac{2}{a^2} \left( \frac{dh}{du} - \frac{h}{P} \frac{dP}{du} \left( 1 - \frac{1}{1-\alpha} \right) \right) \right]^{1/2} \right\}^{-1} \quad (\text{AII.11})$$

$$w' = \frac{1}{4} \frac{da^2}{du} \pm \left[ \left( \frac{1}{4} \frac{da^2}{du} \right)^2 + \frac{a^2}{2} \left( \frac{dh}{du} - \frac{h}{P} \frac{dP}{du} \left( 1 - \frac{1}{1-\alpha} \right) \right) \right]^{1/2} - \frac{\alpha h}{1-\alpha} \quad (\text{AII.12})$$

$$\Phi(\theta) = \frac{(\Gamma G M k)^{1/2}}{\sigma_e v_*} (1-\alpha)^{1/\alpha} \left( \frac{-h}{P} \right)^{-1/\alpha} w' \quad (\text{AII.15})$$

Ressaltamos que as expressões acima são válidas no ponto crítico. Vamos agora detalhar o desenvolvimento algébrico necessário para encontrá-las.

Aplicando a primeira condição em (AII.1) vem

$$\left(1 - \frac{a^2}{2w}\right) - \alpha C P (w')^{\alpha-1} = 0 \quad (\text{AII.3})$$

e para aplicar a segunda condição precisamos

$$\frac{d\mathcal{F}}{du} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u} + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial w} w'$$

portanto essa condição será

$$\frac{-w'}{2w} \frac{da^2}{du} - \frac{dh}{du} - C(w')^\alpha \frac{dP}{du} + \frac{a^2}{2} \left(\frac{w'}{w}\right)^2 = 0 \quad \text{ou}$$

$$\frac{a^2}{2} \left(\frac{w'}{w}\right)^2 - \frac{1}{2} \frac{da^2}{du} \frac{w'}{w} - \frac{dh}{du} = C(w')^\alpha \frac{dP}{du} \quad (\text{AII.4})$$

por outro lado de (AII.1) vem também

$$\left(1 - \frac{a^2}{2w}\right) w' - h(u) = C P(u) (w')^\alpha \quad (\text{AII.5})$$

fazendo a razão entre as duas últimas expressões

$$\frac{\left(1 - \frac{a^2}{2w}\right) w' - h(u)}{\frac{a^2}{2} \left(\frac{w'}{w}\right)^2 - \frac{1}{2} \frac{da^2}{du} \frac{w'}{w} - \frac{dh}{du}} = \frac{P}{dP/du} \quad \text{ou}$$

$$\left(1 - \frac{a^2}{2w}\right) w' - h(u) = \left[ \frac{a^2}{2} \left(\frac{w'}{w}\right)^2 - \frac{1}{2} \frac{da^2}{du} \frac{w'}{w} - \frac{dh}{du} \right] \frac{P}{dP/du} \quad (\text{AII.6})$$

por outro lado de (AII.3) vem

$$\left(1 - \frac{a^2}{2w}\right) = \alpha C P (w')^{\alpha-1} \quad (\text{AII.7})$$

fazendo agora (AII.5)/(AII.7) teremos

$$\frac{\left(1 - \frac{a^2}{2w}\right) w' - h(u)}{\left(1 - \frac{a^2}{2w}\right)} = \frac{w'}{\alpha} \quad \text{ou}$$

$$\left(1 - \frac{a^2}{2w}\right) w' = h(u) \frac{\alpha}{\alpha-1} \quad (\text{AII.8})$$

substituindo esse resultado (AII.8) em (AII.6) segue

$$\left(\frac{\alpha}{\alpha-1} - 1\right) h = \left[ \frac{a^2}{2} \left(\frac{w'}{w}\right)^2 - \frac{1}{2} \frac{da^2}{du} \frac{w'}{w} - \frac{dh}{du} \right] \frac{P}{dP/du} \quad \text{ou}$$

$$\frac{h}{P} \frac{dP}{du} \left(\frac{1}{\alpha-1}\right) = \frac{a^2}{2} \left(\frac{w'}{w}\right)^2 - \frac{1}{2} \frac{da^2}{du} \frac{w'}{w} - \frac{dh}{du} \quad \text{ou ainda}$$

$$\frac{a^2}{2} \left(\frac{w'}{w}\right)^2 - \frac{1}{2} \frac{da^2}{du} \frac{w'}{w} - \left[ \frac{dh}{du} + \frac{h}{P} \frac{dP}{du} \left(\frac{1}{\alpha-1}\right) \right] = 0$$

cuja solução é

$$\frac{w'}{w} = \frac{1}{2a^2} \frac{da^2}{du} \pm \left\{ \left( \frac{1}{2a^2} \frac{da^2}{du} \right)^2 + \frac{2}{a^2} \left[ \frac{dh}{du} + \frac{h}{P} \frac{dP}{du} \left(\frac{1}{\alpha-1}\right) \right] \right\}^{1/2} \quad (\text{AII.9})$$

Mas de (AII.8) podemos tirar

$$\left( w - \frac{a^2}{2} \right) \frac{w'}{w} = h(u) \frac{\alpha}{\alpha-1} \quad \text{ou}$$

$$\frac{w'}{w} = \frac{\alpha}{\alpha-1} \frac{h}{w - a^2/2} \quad (\text{AII.10})$$

Como (AII.9) = (AII.10) vem

$$\frac{\alpha}{\alpha-1} \frac{h}{w - a^2/2} = \frac{1}{2a^2} \frac{da^2}{du} \pm \left\{ \left( \frac{1}{2a^2} \frac{da^2}{du} \right)^2 + \frac{2}{a^2} \left[ \frac{dh}{du} + \frac{h}{P} \frac{dP}{du} \left( \frac{1}{\alpha-1} \right) \right] \right\}^{1/2}$$

$$w = \frac{1}{2} a^2 - \frac{\alpha h}{1-\alpha} \left\{ \frac{1}{2a^2} \frac{da^2}{du} \pm \left[ \left( \frac{1}{2a^2} \frac{da^2}{du} \right)^2 + \frac{2}{a^2} \left( \frac{dh}{du} - \frac{h}{P} \frac{dP}{du} \left( 1 - \frac{1}{1-\alpha} \right) \right) \right]^{1/2} \right\}^{-1} \quad (\text{AII.11})$$

que é a primeira expressão desejada (da velocidade).

Voltando a (AII.10) podemos escrever

$$w' = - \frac{w}{\left( w - \frac{1}{2} a^2 \right)} \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} h \right)$$

que combinada com (AII.11) leva a

$$w' = - \frac{\frac{1}{2} a^2 - \frac{\alpha}{1-\alpha} h Z^{-1}}{\frac{1}{2} a^2 - \frac{\alpha}{1-\alpha} h Z^{-1} - \frac{1}{2} a^2} \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right) h = \frac{1}{2} a^2 Z - \frac{\alpha}{1-\alpha} h$$

onde

$$Z = \frac{1}{2a^2} \frac{da^2}{du} \pm \left\{ \left( \frac{1}{2a^2} \frac{da^2}{du} \right)^2 + \frac{2}{a^2} \left( \frac{dh}{du} - \frac{h}{P} \frac{dP}{du} \left( 1 - \frac{1}{1-\alpha} \right) \right) \right\}^{1/2}$$

assim

$$w' = \frac{a^2}{2} \left[ \frac{1}{2a^2} \frac{da^2}{du} \pm \left\{ \left( \frac{1}{2a^2} \frac{da^2}{du} \right)^2 + \frac{2}{a^2} \left( \frac{dh}{du} - \frac{h}{P} \frac{dP}{du} \left( \frac{1}{1-\alpha} \right) \right) \right\}^{1/2} \right] - \frac{\alpha h}{1-\alpha}$$

$$w' = \frac{1}{4} \frac{da^2}{du} \pm \left\{ \left( \frac{1}{4} \frac{da^2}{du} \right)^2 + \frac{a^2}{2} \left[ \frac{dh}{du} - \frac{h}{P} \frac{dP}{du} \left( \frac{1}{1-\alpha} \right) \right] \right\}^{1/2} - \frac{\alpha h}{1-\alpha} \quad (\text{AII.12})$$

que é a segunda expressão desejada (da derivada da velocidade).

Queremos agora encontrar  $\Phi(\theta)$ , para isto voltamos a (AII.3)

$$C = \left( 1 - \frac{a^2}{2w} \right) \frac{(w')^{1-\alpha}}{\alpha P} = \frac{w'}{w} \left( w - \frac{a^2}{2} \right) \frac{(w')^{1-\alpha}}{\alpha P}$$

e substituindo (AII.10) no resultado anterior

$$C = - \frac{1}{1-\alpha} \frac{h}{P} (w')^{-\alpha} \quad (\text{AII.13})$$

lembrando

$$C = \frac{\Gamma G M k}{[\sigma_e v_* \Phi(\theta)]^\alpha} \quad \text{vem}$$

$$\Phi(\theta) = \frac{(\Gamma G M k)^{1/\alpha} C^{-1/\alpha}}{\sigma_e v_*} \quad (\text{AII.14})$$

mas como de (AII.13)

$$C^{-1/\alpha} = \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{-1/\alpha} \left(\frac{-h}{p}\right)^{-1/\alpha} w' = (1-\alpha)^{1/\alpha} \left(\frac{-h}{p}\right)^{-1/\alpha} w'$$

a substituição na (AII.14) do resultado imediatamente acima leva finalmente a

$$\Phi(\theta) = \frac{(\Gamma G M k)^{1/\alpha}}{\sigma_e v_*} (1-\alpha)^{1/\alpha} \left(\frac{-h}{p}\right)^{-1/\alpha} w' \quad (\text{AII.15})$$

Queremos agora retornar as variáveis originais  $r$ ,  $v$ ,  $\frac{dv}{dr}$ . Ao

fazer isso encontraremos

$$v^2 = a_0^2 \left(\frac{R}{r}\right)^{2\beta} + \frac{\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right) Y_1}{-\beta r \pm r} \frac{1}{Y^{1/2}} \quad (\text{AII.16})$$

$$Y = \beta^2 + \frac{2GM}{a_0^2 R} (1-\Gamma) \chi^2 \sin^2 \theta (1-2\beta) + 4 - 4\beta(2\beta+1) + \left(\frac{r}{R}\right)^{2\beta-1} \frac{Y_1(\alpha\beta-2Y_2)}{(a_0^2 R)(1-\alpha)}$$

$$Y_1 = 2GM(1-\Gamma) \left[1 - \chi^2 \sin^2(\theta) \left(\frac{R}{r}\right)^{2\beta-1}\right] - 4a_0^2 R \left(\frac{R}{r}\right)^{2\beta-1} (1+\beta)$$

$$Y_2 = \left\{ \frac{(1+\alpha) \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2\right]^\alpha}{1 - \left[1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2\right]^{1+\alpha}} - 1 \right\}$$

$$r^2 v \frac{dv}{dr} = \left( \frac{\alpha}{1-\alpha} \right) GM(1-\Gamma) \left[ 1 - \chi^2 \sin^2 \theta \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta-1} \right] - a_0^2 R \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta-1} Y_3 \quad (\text{AII.17})$$

$$Y_3 = \left[ \frac{2\alpha}{1-\alpha} + \frac{\beta}{2} \left( \frac{4\alpha}{1-\alpha} + 1 \right) - \frac{1}{2} Y^{1/2} \right]$$

$$\Phi(\theta) = \frac{(\Gamma GMk)^{1/\alpha}}{\sigma_e v_*} \left( \frac{r}{R} \right)^\beta \left[ \frac{1-\alpha}{Y_1/2} \right]^{1/\alpha} \left\{ \frac{1 - \left[ 1 - \left( \frac{R}{r} \right)^2 \right]^{1+\alpha}}{(1+\alpha) (R/r)^2} \right\} r^2 \frac{v dv}{dr} \quad (\text{AII.18})$$

(AII.16), (AII.17) e (AII.18) fornecem a velocidade e sua derivada no ponto crítico e o fluxo de massa. Então, arbitramos inicialmente um valor para esse raio crítico e integramos a partir dele no sentido "para dentro". A exigência que a profundidade ótica na fotosfera seja igual a 2/3 nos permite fixar esse valor. Tendo o ponto crítico fixado podemos fazer a integração também no outro sentido ("para fora") e obter a solução completa  $v(r)$  e a derivada  $\frac{dv}{dr}(r)$ . A seguir é feito um ajuste polinomial para o fator de correção de disco finito

$$g\left(r, v, \frac{dv}{dr}\right) = \frac{1 - \left[ 1 - \left( \frac{R}{r} \right)^2 + \left( \frac{R}{r} \right)^2 \frac{(v/r)}{dv/dr} \right]^{1+\alpha}}{(1+\alpha) \left( \frac{R}{r} \right)^2 \left[ 1 - \frac{(v/r)}{dv/dr} \right]} \equiv p_a(r) = \sum b_n \left( \frac{R}{r} \right)^n$$

e esse ajuste é introduzido na equação resultando em

$$\left[ v - \frac{a^2}{v} \right] \frac{dv}{dr} = - \frac{GM(1-\Gamma)}{r^2} \left[ 1 - \chi^2 \sin^2(\theta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta-1} \right] + \frac{2a^2}{r} - \frac{da^2}{dr}$$

$$+ \frac{C p(r)}{r^2} \left( r^2 v \frac{dv}{dr} \right)^\alpha p_a(r) \quad (\text{AII.19})$$

Teremos então que encontrar os novos valores de  $r_c$ ,  $v_c$ ,  $\frac{dv}{dr}_c$  e  $\Phi(\theta)$  ! O método é o mesmo mas as expressões em parte se alteram. Se reescrevermos a (AII.19) como feito abaixo

$$\left[ v - \frac{a^2}{v} \right] \frac{dv}{dr} = - \frac{GM(1-\Gamma)}{r^2} \left[ 1 - \chi^2 \sin^2(\theta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta-1} \right] + \frac{2a^2}{r} - \frac{da^2}{dr}$$

$$+ \frac{C P(r)}{r^2} \left( r^2 v \frac{dv}{dr} \right)^\alpha \quad (\text{AII.20})$$

$$P(r) = \left( \frac{r}{R} \right)^{\beta\alpha} p_a(r) = \left( \frac{r}{R} \right)^{\beta\alpha} \sum b_n \left( \frac{R}{r} \right)^n$$

teremos uma equação formalmente idêntica a anterior (primeira iteração) sendo que a diferença é apenas em  $P(r)$ . Assim as equações (AII.11), (AII.12) e (AII.15) são absolutamente idênticas em ambos os casos. Quando voltamos às variáveis originais é que surgem algumas diferenças devido a modificação em  $P(r)$ . Encontramos

$$v^2 = a_0^2 \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta} + \frac{\left( \frac{-\alpha}{1-\alpha} \right) W_1}{-\beta r \pm r} \frac{1}{W^{1/2}} \quad (\text{AII.21})$$

$$W = \beta^2 + \frac{2GM}{a_0^2 R} (1-\Gamma) \chi^2 \sin^2 \theta (1-2\beta) + 4 - 4\beta(2\beta+1) + \left(\frac{r}{R}\right)^{2\beta-1} \frac{W_1 (\alpha\beta - 2W_2)}{(a_0^2 R)(1-\alpha)}$$

$$W_1 = 2GM(1-\Gamma) \left[ 1 - \chi^2 \sin^2(\theta) \left(\frac{R}{r}\right)^{2\beta-1} \right] - 4a_0^2 R \left(\frac{R}{r}\right)^{2\beta-1} (1+\beta)$$

$$W_2 = \left[ \sum^n b_n \left(\frac{R}{r}\right)^n \right] \left[ \sum^n b_n \left(\frac{R}{r}\right)^n \right]$$

$$r^2 v \frac{dv}{dr} = \left(\frac{-\alpha}{1-\alpha}\right) GM(1-\Gamma) \left[ 1 - \chi^2 \sin^2 \theta \left(\frac{R}{r}\right)^{2\beta-1} \right] - a_0^2 R \left(\frac{R}{r}\right)^{2\beta-1} W_3 \quad (\text{AII.22})$$

$$W_3 = \left[ \frac{2\alpha + \beta}{1-\alpha} \left( \frac{4\alpha + 1}{1-\alpha} \right) - \frac{1}{2} W^{1/2} \right]$$

$$\Phi(\theta) = \frac{(\Gamma GMk)^{1/\alpha}}{\sigma_e v_*} \left(\frac{r}{R}\right)^\beta \left[\frac{1-\alpha}{Y_1/2}\right]^{1/\alpha} \left[ \sum^n b_n \left(\frac{R}{r}\right)^n \right]^{1/\alpha} r^2 v \frac{dv}{dr} \quad (\text{AII.23})$$

Depois de feita a integração teremos valores atualizados dos perfis  $v(r)$  e  $\frac{dv(r)}{dr}$  que serão utilizados para um novo ajuste polinomial. O procedimento se repete até que os resultados convirjam adequadamente. Os testes realizados mostraram que 4 iterações são suficientes. Ressaltamos que todo esse procedimento é feito para cada ângulo  $\theta$ . Sendo assim, o fator de correção é o adequado para a latitude considerada.

## CAPÍTULO III

### ESTRELAS Be - UMA VISÃO GERAL

#### INTRODUÇÃO

Nos capítulos anteriores apresentamos uma breve revisão do "status" atual da teoria dos ventos impulsionados radiativamente (Capítulo I) e em seguida (Capítulo II), o modelo que foi por nós desenvolvido. Procuramos enfatizar nossa opinião que recentemente importantes avanços foram feitos no tratamento da interação da radiação com a matéria, mas por outro lado relativamente pouco se avançou no modelo hidrodinâmico em si. Em particular, a quase totalidade dos trabalhos fornece uma descrição unicamente radial, esfericamente simétrica do fluxo de matéria. Nosso tratamento, ao contrário, permite ressaltar as diferenças nas condições físicas nas diferentes regiões da envoltória circunstelar. Há várias décadas que as chamadas estrelas Be figuram entre os mais interessantes e mais estudados objetos estelares. Há muito tempo também é conhecido que esses objetos apresentam elevada rotação e acredita-se que a matéria não esteja distribuída simetricamente em sua envoltória. Ao invés disso, a maioria dos modelos empíricos do passado arbitrava a existência de um anel ou disco restrito ao equador. Atualmente a grande maioria dos especialistas adota um cenário no qual a concentração de massa se dá preferencialmente na região equatorial, embora ocorra também em todas as regiões circunstelares. Dado o interesse que as Be's sempre despertaram e a quase inexistência de modelos físicos que descrevam razoavelmente suas características entendemos que a primeira

aplicação de nosso desenvolvimento deveria ser a tais objetos. Para isto é importante um detalhamento maior de suas características observacionais possibilitando um posterior confronto com os resultados de nosso modelo.

Antes de mais nada é necessário precisar a quais objetos nos referimos por estrelas Be. Neste trabalho adotaremos Be como "uma estrela do tipo B da sequência principal ou gigante que apresente, ou tenha alguma vez apresentado em seu espectro linhas da série de Balmer em emissão, mas não emissão de linhas proibidas". Sendo assim, estamos excluindo por definição as supergigantes B que frequentemente apresentam emissão em  $H_{\alpha}$ , os objetos usualmente denotados como B[e] e os objetos jovens, pré-sequência principal conhecidos como Herbig Be. Nossa definição é portanto mais restritiva do que a apresentada por Collins (1987). Por outro lado, mesmo que não as tenhamos incluído explicitamente na definição, aceitamos que estrelas O de tipo tardio façam parte dessa classe, desde que satisfaçam as outras condições. Tais objetos devem representar uma extensão do fenômeno Be para tipos mais quentes. Muitas vezes, o conjunto que estamos denominando simplesmente de Be's é referido na literatura como "Be's clássicas". Os vários levantamentos existentes indicam que cerca de 18% das estrelas B do campo sejam Be's; outro dado importante é que apesar de inúmeras Be's fazerem parte de sistemas binários, a grande maioria desses sistemas não é inter-atuante (Abt, 1987).

### III.1) AS ESTRELAS "CENTRAIS"

Pode-se dizer que um sistema Be seja constituído por uma estrela OB e uma envoltória extensa ao seu redor. Assim, a determinação dos parâmetros fundamentais desses objetos é em parte dificultada pela presença dessa envoltória circunstelar. No entanto, o espectro de uma estrela Be se revela bastante similar ao de uma B normal, quando a Be perde as suas emissões, o que tem sido verificado para vários objetos. A maior diferença é o grande alargamento que em média as linhas de absorção fotosféricas das Be's apresentam. Essa é uma característica muito clara das Be's : apresentam velocidades de rotação bastante superiores, em geral, as B normais sendo que o valor médio da velocidade rotacional projetada ( $\langle v \sin i \rangle$ ) está entre 200-250 Km/s (Slettebak, 1982). Struve (1931), propôs o primeiro modelo conhecido para as Be's : a rotação extremamente elevada (na verdade a velocidade crítica) induziria um fluxo de massa equatorial que formaria a envoltória. Contudo, as evidências são cada vez mais conclusivas no sentido de que a velocidade de rotação não atinge o valor crítico, no qual a aceleração centrífuga equilibra as forças gravitacionais. Sendo assim é necessário um outro mecanismo físico que explique a ejeção de matéria. De qualquer modo o modelo de Struve tem a importante característica de relacionar a presença de uma envoltória extensa com uma propriedade da estrela central. Hoje em dia praticamente não existe dúvida que a rotação rápida tem um papel significativo (embora provavelmente não exclusivo) no fenômeno Be.

A rotação provoca dois efeitos principais em um objeto

estelar : distorção na sua forma geométrica e redução da luminosidade total. Esses e outros efeitos ocasionam dificuldades adicionais não apenas na determinação dos parâmetros estelares fundamentais mas também na própria definição de tais parâmetros. Conceitos como luminosidade, temperatura efetiva e outros têm significado ambíguo fora da simetria esférica (para discussão detalhada ver Collins, 1987). Mesmo assim é fundamental ter uma idéia dos valores dessas grandezas. Tendo em vista que uma estrela Be sem emissões tem a aparência de uma B normal admite-se que os parâmetros de uma B sejam uma boa aproximação para as Be's. Para uma estrela B da sequência principal a massa varia entre os valores de  $16M_{\odot}$  (B0) a  $3.5M_{\odot}$  (B8) ao passo que o raio está na faixa de  $7R_{\odot}$  (B0) a  $2.7R_{\odot}$  (B8). Já a temperatura efetiva é da ordem de 30000 K para os tipos mais quentes e de 12000 K para os mais tardios. No que concerne a posição no diagrama H-R as Be's são majoritariamente encontradas em torno de uma magnitude acima da sequência principal mas podem se localizar em toda uma banda que vai desde a sequência principal até a região das gigantes (Slettebak, 1987). No entanto, é possível que mais uma vez a rotação rápida esteja mascarando um comportamento, no caso um pseudo efeito evolutivo.

Desde há bastante tempo é conhecido que as Be's podem apresentar forte variabilidade. Seus espectros têm revelado variações em escalas de tempo desde dias ou semanas até anos ou décadas. Nos últimos anos porém foi possível detectar em um número crescente de objetos uma variabilidade rápida com escala de tempo de 0.2 a 2 dias (Percy, 1987). Ao contrário das variações de longo período, que devem refletir modificações na envoltória

circunstelar (ver por exemplo Dachs e Rohe, 1990), essa variabilidade rápida parece estar associada com características da estrela central. Essa variabilidade rápida aparece tanto em medidas fotométricas (com amplitudes típicas de 0.01 a 0.1 magnitudes) como espectroscopicamente. A linha  $\lambda$  6678 Å do HeI tem sido o principal alvo desses estudos. Dois mecanismos têm sido principalmente invocados na tentativa de entender essa variabilidade: pulsações não-radiais (ver artigo de revisão de Baade, 1987) e rotação de uma superfície com distribuição não homogênea de brilho ("manchas", Balona e Engelbrecht, 1986).

Um outro aspecto importante que diz respeito as estrelas propriamente ditas é a presença ou não de campos magnéticos. Barker (1987), apresentou uma revisão do tópico e apontou duas principais conclusões. Nenhum campo magnético foi ainda detectado nas Be's mas tal resultado não coloca restrições claras nos possíveis modelos a serem desenvolvidos. Isso porque campos superficiais relativamente intensos poderiam escapar a detecção, dependendo de sua geometria e orientação (ver também Barker e outros, 1985). Em adição, segundo Poe e Friend (1986) mesmo campos fotosféricos radiais fracos, da ordem de 100G, podem influenciar a estrutura de um vento radiativo, ao provocar um aumento na velocidade angular. Por outro lado, alguns estudos teóricos indicam que em objetos que giram rapidamente um campo magnético superficial deve ser intenso ( $B > 10$  KG) ou então será nulo (Strittmatter e Norris, 1971). Em nossa opinião as observações não descartam a existência de campos magnéticos mas também não lhes dão suporte. Assim, nos parece preferível o desenvolvimento de modelos que não tenham necessidade de incluí-los.

### III.2 - PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS OBSERVACIONAIS DA ENVOLTÓRIA CIRCUNSTELAR

Obviamente, a característica marcante do espectro ótico das Be's são as emissões que aparecem na série de Balmer e em vários casos também nas linhas de alguns metais (particularmente FeII) e de HeI, para os tipos espectrais mais quentes. Outro tipo de linha por vezes encontrado é o chamado espectro "shell". São linhas bastante estreitas e profundas em absorção podendo ou não apresentar asas em emissão. Ressaltamos que usamos o termo shell para descrever um determinado tipo de linha e não um objeto cujo espectro é formado numa shell. Ou seja, não estamos pressupondo um cenário ao usarmos este termo. É importante também citar que tanto as linhas em emissão como as shell podem ser mais ou menos acentuadas, variando de um objeto para outro e mesmo variando - e muito - num único objeto em diferentes épocas. Na verdade casos existem (Underhill e Doazan, 1982) em que o espectro de um objeto se modifica por completo passando de emissões para linhas shell, ou vice-versa, podendo em seguida simular uma estrela B normal. Essas variações monumentais são chamadas variações de fase. Inúmeros estudos e publicações relacionadas com o espectro visível das Be's foram feitos ao longo de anos e décadas. Fugiria completamente ao espírito do presente trabalho pretender comentar, mesmo que de maneira incompleta, esses trabalhos. Vamos nos referir apenas a alguns, relativamente recentes, que estão mais diretamente ligados ao nosso objetivo que é a aplicação para as Be's de um modelo de vento radiativo.

A linha  $H\alpha$ , por ser certamente a que apresenta uma emissão mais intensa, é sem dúvida a mais estudada. Hanuschik (1986) analisou perfis obtidos com alta resolução e alta relação sinal/ruído de 24 estrelas Be. Ele mostrou que existem dois tipos principais de perfis. O primeiro, característico da maioria dos objetos, apresenta duas componentes (uma estreita, com pico duplo e outra alargada com asas que se estendem a velocidades elevadas) enquanto o segundo, típico de um número pequeno de objetos apresenta uma estrutura claramente assimétrica. Exemplos desses perfis são mostrados nas figuras abaixo, tiradas do trabalho citado de Hanuschik.

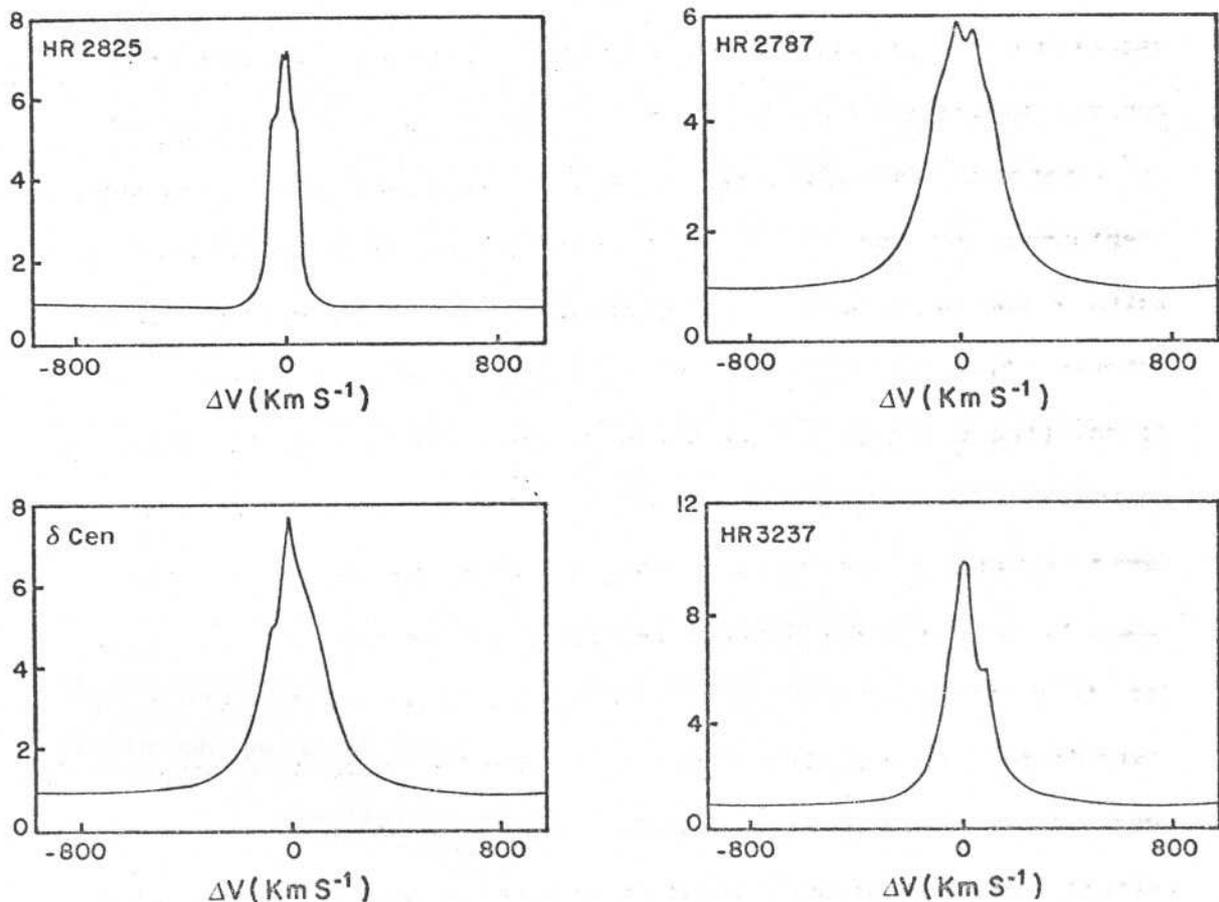


Fig.III.1 Exemplos de perfis da  $H\alpha$ ; no alto temos perfis tipo 1 (duas componentes) e em baixo perfis tipo 2 (assimétricos).

O grande alargamento das asas de  $H\alpha$  já havia sido notado anteriormente (por exemplo Andrillat e Fehrenbach, 1982; Dachs e outros, 1986). Geralmente esse alargamento é atribuído a movimentos turbulentos ou espalhamento Thompson (Poeckert e Marlborough, 1979). Tal interpretação no entanto é discutível. Daminieli (1988) sugeriu a possibilidade de uma expansão rápida ser responsável pelas asas extensas. Além disso, desde há muito existem estudos que procuram correlações entre a velocidade rotacional projetada,  $v \sin i$ , e diversos parâmetros que podem caracterizar a largura de uma linha (como largura equivalente, largura total, largura a meia altura e separação entre os picos). Dentre os trabalhos mais recentes citamos: Andrillat (1983), Dachs e outros (1986; neste trabalho é mostrado que a largura a meia altura de  $H\alpha$  é linearmente correlacionada com  $v \sin i$  para linhas de mesma largura equivalente) e Hanuschik (1986). Hanuschik e outros (1988) em um estudo que incluiu também as linhas  $H\beta$  e  $H\gamma$  encontraram novamente correlações entre larguras das linhas e  $v \sin i$ . A existência de tais correlações têm sido usualmente interpretada como evidência de uma distribuição assimétrica (preferencial nas regiões próximas ao equador) da envoltória circumstelar.

A parte às linhas de Balmer, as emissões mais comuns no espectro das Be's são linhas do FeII. Em geral correspondem a transições entre níveis eletrônicos a cerca de 5 eV do nível fundamental e outros cerca de 2 eV menos energéticos. É possível que sejam devidas a recombinação do FeIII mas ainda não está firmemente estabelecido o mecanismo de formação dessas linhas. Recentemente foi verificado que os perfis de FeII podem também ser

classificados em dois tipos básicos : um perfil regular, com duplo pico - mas que ao contrário do que acontece para  $H\alpha$  não revela duas componentes - e outro bastante assimétrico (Hanuschik, 1987). Tal estudo verificou também que as linhas, apesar de não apresentarem asas estendidas, tem uma largura total em geral maior do que  $2 v \sin i$  e que os vários parâmetros que descrevem a largura das linhas são correlacionados com a velocidade rotacional projetada. E mais, parece existir um limite mínimo para a largura equivalente em  $H\alpha$ , abaixo do qual um objeto não apresentaria emissão de FeII, e a largura entre os picos de FeII é sistematicamente menor do que a de  $H\alpha$ . Essa última informação poderia indicar que a região onde se dá a emissão de FeII deve provavelmente coincidir com as regiões interiores do envelope de  $H\alpha$ .

O contínuo de uma Be também apresenta particularidades tanto no visível como no infravermelho. A maioria mostra um avermelhamento intrínseco devido a um excesso de fluxo na faixa de comprimentos de onda do vermelho e infravermelho próximo (Goraya, 1984; Goraya e Gurn, 1987). O excesso no infravermelho será discutido em detalhe mais adiante. Por sua vez a discontinuidade de Balmer frequentemente apresenta dois saltos, sendo um em emissão. Kaiser (1989) observou esse comportamento em 20 dentre 26 objetos. Encontrou também que o salto em emissão parece estar correlacionado com a emissão em  $H\alpha$ . A distribuição de energia têm sido usada com frequência na obtenção dos parâmetros físicos das envoltórias. Dachs e outros (1989) encontraram densidades eletrônicas da ordem de  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$  e temperaturas eletrônicas típicas de  $10^4 \text{ K}$ .

Uma outra importante técnica observacional é a polarimetria. De fato, para os objetos que apresentam polarização intrínseca, essas medidas se constituem em um relevante teste para os modelos propostos. As Be's, em geral, possuem um grau de polarização linear da ordem de 1% (Cassinelli, 1987) que pode ser detectado a partir de sua própria variabilidade ou de sua dependência em comprimento de onda. Por exemplo, o salto através da discontinuidade de Balmer permite perceber a componente estelar (ou circunstelar). Entretanto não é trivial uma separação precisa da polarização interestelar. É possível inclusive que este seja um motivo pelo qual esta técnica tenha sido menos explorada do que deveria. Os cálculos teóricos mostram que graus de polarização  $\geq 0.1\%$  não podem ser explicados por espalhamento eletrônico na fotosfera estelar, mesmo em casos de objetos achatados rotacionalmente (Sonneborn, 1982). Sua origem deve necessariamente estar associada a espalhamento em uma envoltória cuja geometria seja assimétrica em relação ao observador. Consequentemente, a existência de uma significativa polarização intrínseca e mais que isso, a observação feita por Hayes e Guinan (1984) de que o ângulo de polarização é constante, mesmo que o grau varie, constituem as mais fortes evidências que as Be's possuem uma região circunstelar bastante concentrada. (Tal conclusão é contestada por alguns pesquisadores). Mais ainda, o grau de polarização depende da velocidade rotacional  $v \sin i$  (Poeckert e Marlborough, 1976; McLean e Brown, 1978). Objetos com baixos valores de  $v \sin i$  só mostram pequenos (ou nulos) graus de polarização enquanto objetos com altos  $v \sin i$  apresentam diferentes graus, podendo chegar a até 1.5 ~ 2%. Essa dependência, assim como as outras correlações

discutidas anteriormente fornecem apoio à idéia de que o envelope das Be's seja concentrado na direção do equador.

Vamos comentar agora as informações que obtemos a partir de outras regiões espectrais, especialmente o infravermelho e o ultravioleta. Começando pelo infravermelho citamos primeiramente o trabalho de Gehrz e outros (1974) que encontrou um excesso de fluxo na faixa de  $2 - 20\mu$  para 28 de 33 objetos analisados. Eles sugeriram a emissão "livre-livre" originada em um envelope com  $T_e \sim 10^4$  K e  $n_e \sim 4 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$  como responsável por tal excesso. Os resultados e a interpretação apresentada foram confirmados posteriormente (Damineli e Freitas Pacheco, 1982; Dachs e Wamsteker, 1982). Esses últimos estudos acrescentaram a observação de uma correlação entre o excesso IV e o fluxo de emissão em  $H\alpha$ , o que indica uma região comum de formação. Mais recentemente, o satélite IRAS adicionou novas informações, cobrindo a região espectral de 12 a  $60\mu$ , para um número significativo de objetos. As observações IRAS de estrelas B e Be foram investigadas por vários autores, em particular Waters e colaboradores (ver por exemplo Waters, 1986; Coté e Waters, 1987; Waters, Coté e Lamers, 1987). Esses dados de regiões mais afastadas do infravermelho confirmam que o excesso de fluxo não é proveniente de emissão térmica mas sim devido a radiação "livre-livre". Foi apresentada uma interpretação quantitativa desse excesso em termos de um modelo simples de disco isotérmico. Com base nesse cenário foram encontradas taxas de perda de massa entre  $10^{-7} M_{\odot} / \text{ano}$  e  $10^{-9} M_{\odot} / \text{ano}$  e velocidades de expansão que crescem bem lentamente com a distância (esses pontos serão discutidos detalhadamente em capítulos posteriores).

Estudos espectroscópicos de linhas do infravermelho (mesmo próximo) são relativamente raros. Para algumas Be's aparecem emissões na série de Paschen e em outras linhas como OI  $\lambda$  7774 Å  $\lambda$  8446 Å; FeII  $\lambda$  7712 Å e  $\lambda$  9997 Å e o tripleto do Cálcio  $\lambda\lambda$  8498, 8542 e 8662 Å (Andrillat e outros, 1988). Ultimamente tem crescido a convicção da importância dessas linhas, em especial a linha  $\lambda$  9997 Å do FeII, no diagnóstico das condições físicas das envoltórias circunstelares (Damineli, 1990).

Recentemente Taylor e outros (1990) publicaram o resultado de um levantamento na faixa rádio de estrelas Be que apresentaram um grande fluxo infravermelho. De 21 estrelas Be escolhidas com base nos dados do IRAS, 6 revelaram seguramente emissão em  $\lambda = 2$  cm. Essa detecção revela que em alguns casos a envoltória circunstelar das Be's se estende a até uma centena de raios estelares ou mais.

As duas principais características do espectro ultravioleta das estrelas Be são as linhas de absorção assimétricas de dubletos de ressonância de elementos altamente ionizados e a presença de componentes discretas, finas, desses mesmos dubletos :  $\lambda\lambda$  1032 e 1038 do OVI,  $\lambda\lambda$  1238.8 e 1242.8 do NV,  $\lambda\lambda$  1548.2 e 1550.8 do CIV, e  $\lambda\lambda$  1398.8 e 1402.8 do SiIV (ver revisão de Snow, 1987). Os perfis dessas linhas de absorção revelam asas estendidas para o violeta cujas bordas indicam a existência de regiões com velocidades de expansão na faixa de 1000 a 2000 Km/s. No que diz respeito a esse ponto o espectro ultravioleta das Be's não é essencialmente distinto do das outras estrelas B. O que ocorre é uma diferença na intensidade dessas manifestações. Para as Be's os elementos altamente ionizados (pelo menos CIV e SiIV) persistem até os tipos espectrais mais frios (B8 - B9) enquanto para as B

estão restritos aos objetos mais quentes; além disso geralmente as velocidades de bordo são menores nas B's do que nas Be's (Snow, 1982; Slettebak e Carpenter, 1983). Selvelli e Araújo (1984) e Marlborough e Peters (1986) entre outros, encontraram correlações entre a largura equivalente do dubleto de CIV, ou a velocidade de bordo derivada do perfil e a velocidade rotacional projetada,  $v \sin i$ . Esses resultados porém são controversos tendo em vista que não foram confirmados por outros levantamentos (Barker e outros, 1984; Grady, Bjorkman e Snow, 1987). Esse aspecto observacional foi objeto de um estudo específico nosso que está relatado no apêndice ao final deste capítulo. Por outro lado, no trabalho de Grady e outros (1987) é apresentado que as componentes discretas, apesar de serem bastante comuns entre as Be's, só aparecem em objetos com  $v \sin i \geq 150$  Km/s. Esse seria um outro resultado a indicar um afastamento da simetria esférica também para a região de vento. Devido ao aparecimento de um número cada vez maior de relatos dando conta da existência dessas componentes foi sugerido por Henrichs (1986) que as linhas assimétricas largas pudessem na verdade ser inteiramente constituídas por elas. Contudo as componentes discretas parecem estar reservadas as Be's, podendo no máximo aparecer em alguma B0 (Henrichs, 1984); portanto, achamos mais provável que o excesso de absorção em CIV e SiIV (das Be's comparado com as B's) é que seja constituído por elas. Por outro lado, a principal característica dessas componentes é sua extrema variabilidade. Elas podem surgir e desaparecer, se tornam múltiplas ou se deslocam em velocidade, aparecendo sem deslocamento ou deslocados de mais de 1000 Km/s. Essas observações sugerem fortemente que pelo menos parte da perda de massa nas Be's

tem um caráter altamente episódico.

O espectro UV de algumas Be's também exibe linhas de absorção extremamente finas e profundas, similares as linhas "shell" do ótico. Na maioria dos casos são linhas metálicas de elementos com baixo grau de ionização como FeII e CrII mas algumas vezes também ocorrem para metais duas vezes ionizados como o FeIII. Em geral os objetos que apresentam linha shell no UV tem valores altos ( $\geq 150$  Km/s) de  $v \sin i$  (Oegerle e Polidan, 1984). Quanto as emissões, podemos dizer que elas não são comuns no UV, antes pelo contrário. Em alguns poucos casos aparecem linhas que apresentam asas em emissão (ver por exemplo Bruhweiler e outros, 1982). A partir das assimetrias em diferentes linhas do UV Snow (1981) e Freitas Pacheco (1982) estimaram a perda de massa. Os valores encontrados por ambos,  $10^{-11} M_{\odot}/\text{ano} \leq \dot{M} \leq 10^{-9} M_{\odot}/\text{ano}$ , parecem indicar que as Be's seguem a mesma relação entre perda de massa e luminosidade (Abbott e outros, 1981) que as supergigantes OB. No entanto, como vimos anteriormente as taxas deduzidas do excesso de infravermelho são cerca de 2 ordens de grandeza mais elevadas. Lamers e Waters (1987) apresentaram uma comparação entre as várias informações provenientes do infravermelho e do ultravioleta. Eles concluíram que sua compatibilização permite colocar algumas restrições nos modelos propostos para as Be's. Por exemplo, em um modelo tipo disco é necessário que o fluxo de massa equatorial seja muito maior (10 - 1000 vezes) que o polar. Voltaremos a essa discussão quando fizermos o confronto entre as predições de nosso modelo e as observações.

Vamos concluir essa seção sistematizando os pontos observacionais que consideramos centrais.

i) As linhas de emissão do ótico e o fluxo no infravermelho são formados em uma região densa ( $n_e \sim 10^{11} - 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ) cuja temperatura é da ordem (um pouco menor) da temperatura efetiva, ao passo que as linhas de absorção assimétricas do UV tem origem em uma região mais rarefeita ( $n_e \leq 10^9 \text{ cm}^{-3}$ ) que se expande com velocidades de 1000 Km/s ou superiores. Até onde sabemos não existem dúvidas a respeito dos pontos acima.

ii) A região densa a qual nos referimos anteriormente é concentrada nas proximidades do equador estelar. Dando base a esse cenário estão as dependências que diversas grandezas apresentam com  $v \sin i$  e em especial as observações polarimétricas. Esta conclusão é contestada por um pequeno número de autores.

iii) O campo de velocidades da região densa é essencialmente rotacional (e por exemplo, as asas de H $\alpha$  podem ser explicadas por turbulência e espalhamento Thompson) ou existe uma componente importante de expansão? A maioria dos trabalhos da literatura apoia o campo basicamente rotacional, sugerindo velocidades de expansão baixas ( $\leq 100 \text{ Km/s}$ ).

iv) Qual é a geometria da região rarefeita? Os trabalhos que encontram correlação com  $v \sin i$  indicam que a matéria se expande acima e abaixo do "disco" equatorial mas que essa região não alcança latitudes muito elevadas, enquanto os outros defendem uma expansão esférica. Esse ponto em particular será discutido no apêndice ao final deste capítulo.

No capítulo V, quando comentaremos os resultados obtidos com o modelo procuraremos nos referenciar principalmente nesses pontos que acabamos de apresentar.

### III.3 - OS MODELOS

Inúmeros cenários e modelos empíricos já foram apresentados para as estrelas Be (ver Poeckert, 1982). A grosso modo podemos dividi-los em duas grandes categorias : aqueles que propõem a existência de uma estrutura "tipo disco", cujo primeiro exemplo é o já citado modelo de Struve, e aqueles que postulam uma distribuição essencialmente esférica para a atmosfera, introduzidos por Doazan e Thomas (1982). Resumidamente podemos dizer que o modelo esferoidal é baseado em um fluxo variável de matéria produzido por processos não térmicos que ocorrem abaixo da atmosfera. Esses processos dão origem a uma sequência radial de regiões atmosféricas : fotosfera, cromosfera, coroa, pós-coroa e envelope frio. A versão apresentada por Doazan (1987) admite um certo desvio da simetria esférica, sugerindo algo como uma distribuição elipsoidal, de modo a dar conta das medidas polarimétricas. Em nossa opinião, as observações como um todo apontam no sentido de um achatamento bastante acentuado da matéria circunstelar. Por outro lado, achamos que o modelo acima tem o mérito de ter em seu bojo a variabilidade que como sabemos é uma forte característica das Be's.

Uma alternativa fora desses contextos tem sido apresentada por Harmanec (1982, 1987 e referências citadas nesses trabalhos). Ele propõe que um sistema binário em interação possa explicar o aparecimento das linhas de emissão. Como já citamos, apesar de muitas Be's fazerem efetivamente parte de sistemas binários, não existem evidências observacionais que todas, e nem mesmo a

maioria, possam ser explicadas por pares em interação. Desse modo, parece-nos importante que se procure entender o fenômeno Be sem a obrigatoriedade de recorrermos a um sistema binário. Uma outra sugestão que procura englobar vários objetos com linhas de emissão foi apresentado por Underhill (1987). Ela supõe que a estrutura atmosférica seja controlada por campos magnéticos localizados. Dependendo do grau de intensidade dos campos no plasma circunstelar (que é chamado de manto) teríamos uma estrela B, Be ou um objeto com linhas de emissão intensas como as Wolf Rayet.

Vamos examinar agora alguns modelos de disco. Poeckert e Marlborough (1978) desenvolveram o mais completo modelo ad hoc que se conhece na literatura. Eles supõe um envelope isotérmico ( $T_e = 0.8 T_{eff}$ ), finito, composto unicamente de H, e com o perfil da velocidade de expansão arbitrário. Além disso é assumido que a estrela central gira a velocidade crítica mas é esfericamente simétrica. Os diversos parâmetros são ajustados de modo a se encontrar um acordo com o perfil de H $\alpha$  e com o grau de polarização no contínuo de  $\gamma$  Cas. O melhor ajuste é conseguido com uma lei para a velocidade de expansão que é extremamente suave, atingindo 200 km/s a cerca de 40 raios estelares. O bom acordo que também é obtido, com os mesmos parâmetros, para a distribuição de energia no contínuo e até certo ponto também para o decremento de Balmer reforça a confiabilidade do modelo. Contudo, o perfil obtido de H $\beta$  é bastante mais alargado do que o observado; além disso, comparações feitas posteriormente com as linhas Paschen  $\beta$  e Brackett 14 (Lowe e outros, 1985) também não ajustam favoravelmente. O modelo básico de Poeckert e Marlborough foi aplicado, com variações, algumas outras vezes (ver Poeckert,

1982). Como já citamos anteriormente um modelo tipo disco (no qual a densidade decai segundo  $r^{-n}$ ) foi usado mais recentemente (Waters e outros, 1987) na interpretação dos dados IRAS de 101 estrelas Be. Na verdade esse modelo deixa 4 parâmetros livres :  $\rho_0$  ( a densidade na base),  $R_d$  o raio externo, que dá o "tamanho" do disco, o ângulo de abertura  $\Theta$  do disco e o expoente  $n$ . Para um disco finito e arbitrando  $\Theta = 15^\circ$  é conseguida uma boa reprodução dos dados observacionais. Os valores de  $n$  estão em geral na faixa  $2.5 < n < 3.5$  (  $n = 4$  para alguns casos extremos). Os ajustes entretanto são bastante sensíveis aos pares ( $n, R_d$ ) no sentido de que diferentes combinações desses dois parâmetros podem conduzir a bons resultados.

Os modelos ad hoc como vimos, partem de funções arbitrárias para velocidade, densidade e temperatura e procuram encontrar os valores dos parâmetros deixados livres pelo ajuste às observações. O procedimento alternativo consistiria em incluir todos os processos físicos relevantes nas equações de conservação e procurar resolvê-las. Quando a rotação é importante ficamos com um conjunto de equações diferenciais parciais em pelo menos duas variáveis independentes (assumindo o estado estacionário) ou três, se o problema for dependente do tempo. Obviamente este tratamento, embora muito mais correto e elegante, é também mais complexo e mesmo impossível de ser cumprido a menos que sejam feitas importantes aproximações. Os poucos modelos físicos desenvolvidos para as Be's lidam essencialmente com um modelo de vento do tipo CAK ( o Capítulo I apresenta uma discussão detalhada a respeito) ao qual se conjugam os efeitos da rotação e por vezes, um campo magnético radial (Poe e Friend, 1986). Em geral pode-se dizer que

seus resultados são insatisfatórios no sentido de que não são obtidas condições físicas muito diferentes para as várias regiões da envoltória circunstelar. Em especial o contraste polo-equador não é muito significativo. Sendo assim, parece que a rotação embora influencie a estrutura de um vento radiativo não é suficiente para reproduzir as características das Be's. Algumas sugestões foram apresentadas a fim de minimizar essa distância modelo-observações. Foi sugerido (Baade, 1987; Boyd e Marlborough, 1990) que ao invés de ser impulsionado por fortes linhas de ressonância o vento equatorial pudesse ser ocasionado por um número grande de linhas mais fracas de elementos de baixa excitação especialmente FeIII. Além disso, as evidências cada vez mais numerosas de que as estrelas Be são caracterizadas também por pulsações não radiais indicam que esses processos podem ter um importante papel na ejeção de matéria. Hearn (1990) sugeriu um vento mantido pela dissipação de ondas acústicas ( ver também Pijpers e Hearn, 1989) que seriam geradas pelas pulsações não-radiais. Alternativamente Willson (1986) propôs um esquema no qual a pulsação é representada por um pistão. Em nossa opinião essas são sugestões importantes que precisam ser exploradas. Este presente trabalho procurou desenvolver um modelo que adota uma dessas sugestões, ou seja, um vento radiativo mas sustentado por linhas fracas na região do equador. Os resultados dessa tentativa serão apresentados nos capítulos que se seguem.

APÊNDICE AO CAPÍTULO III  
A GEOMETRIA DA REGIÃO EM EXPANSÃO RÁPIDA

Nota : o conteúdo desse apêndice é essencialmente o mesmo do artigo "Asymmetric Winds in Be stars" (Araújo e Freitas Pacheco, 1990)

Introdução -

Como vimos ao longo do capítulo a existência ou não de correlações entre características do espectro UV ( por exemplo largura equivalente, velocidade do bordo do perfil da linha, presença de componentes discretas) e a velocidade  $v \sin i$  é um tópico controverso. No entanto, a obtenção de uma conclusão tem sido dificultada porque as amostras analisadas são muito inhomogêneas em tipos espectrais e classes de luminosidade. É sabido que a intensidade das linhas cresce com a temperatura efetiva ( Marlborough e Peters, 1986). Freitas Pacheco (1988) sugeriu que um resultado significativo é encontrado quando analisamos objetos de tipos similares.

No presente trabalho nós reportamos o resultado de nossa investigação de espectros IUE de estrelas Be de tipos espectrais iniciais e classes de luminosidade V - IV. Nosso interesse consistia em medir a largura equivalente e a velocidade derivada do lado violeta do perfil das linhas de NV, CIV e SiIV, procurando correlacionar essas grandezas com a velocidade rotacional projetada. Porém, as ordens iniciais do espectro IUE, que contém o duplete do NV, são frequentemente bastante ruidosas. Decidimos

então trabalhar somente com CIV e SiIV. Além disso, notamos que em muitos casos é extremamente delicado precisar o ponto no qual o perfil da linha alcança o contínuo. E mais, a presença (frequente) de componentes discretas aumenta a dificuldade em determinar esse ponto. No intuito de diminuir as causas de incertezas nos restringimos à obtenção das larguras equivalentes.

- Os dados observacionais e os resultados -

Nós trabalhamos com espectros de alta resolução do banco de dados IUE de objetos com tipos espectrais desde B0 até B3. Muitas estrelas já haviam sido observadas mais de uma vez. Nesse caso nós escolhemos duas ou três imagens com boas condições de exposição (de acordo com os comentários dos arquivos IUE) e separadas temporalmente. Um total de 68 espectros de 43 estrelas Be foram incluídos em nosso estudo. Dessa maneira, detectamos variações nas características espectrais de alguns objetos.

Vamos descrever agora como foram feitas as medidas de largura equivalente. Um contínuo local é escolhido, visualmente, e o espectro é normalizado usando um código numérico desenvolvido no Observatório Nacional por C.Rité, F.Dias e J.A.F.Pacheco. Em seguida, é integrada numericamente toda a área em absorção das linhas de ressonância de CIV e SiIV. As vezes, as duas componentes do CIV não se apresentam bem separadas e nesses casos preferimos medir a largura conjunta do dubleto. A fim de obter melhores resultados nós repetimos o procedimento três vezes. Primeiro, escolhíamos o "melhor contínuo"; depois o contínuo mais alto que se podia aceitar e por fim o mais baixo. Essas três medidas foram

também usadas para estimar os erros. Incertezas típicas são da ordem de 10% do valor da largura equivalente.

A tabela AIII.1 nos dá os objetos da amostra e os primeiros resultados. As colunas (1) e (2) listam o número HD e o tipo espectral dado por Slettebak (1982). A coluna (3) é o número da imagem IUE utilizada enquanto a (4) mostra a largura equivalente do dubleto de CIV para cada imagem. Esse número corresponde a soma das duas componentes do dubleto. No caso do SiIV porém, nós preferimos considerar somente a componente de menor comprimento de onda porque a outra é frequentemente perturbada por ruído e marcas no espectro IUE. Então, a coluna (5) lista a largura equivalente para a componente  $\lambda$  1393.8 Å do SiIV. A fim de ter uma idéia da acurácia de nossos resultados nós os comparamos com outros já publicados. Nas figuras AIII.1 - AIII.2 selecionamos nossas medidas de W(CIV) obtidas das mesmas imagens que as utilizadas por Grady e outros (1987) ou Marlborough e Peters (1986). É facilmente verificado que nossos resultados concordam bem com os de Grady e outros (1987). No que diz respeito a comparação com o outro trabalho, vemos que a concordância, ainda que não seja tão boa, é bastante aceitável. Das 43 estrelas de nossa amostra 23 tinham na época mais que um espectro nos arquivos IUE. Nossa inspeção revelou claras e significativas variações em 6 objetos :  $\gamma$  Cas, HD 88661, 6 Cep,  $\delta$  Cen, 59 Cyg e HD 217050. Podemos supor que cerca de 10 objetos revelariam variações se tivéssemos vários espectros de todos eles. Obviamente, pretendemos fazer um estudo estatístico: procuramos tendências que possam ser evidências de que o vento nas Be's é dependente da latitude estelar.

TABELA AIII.1

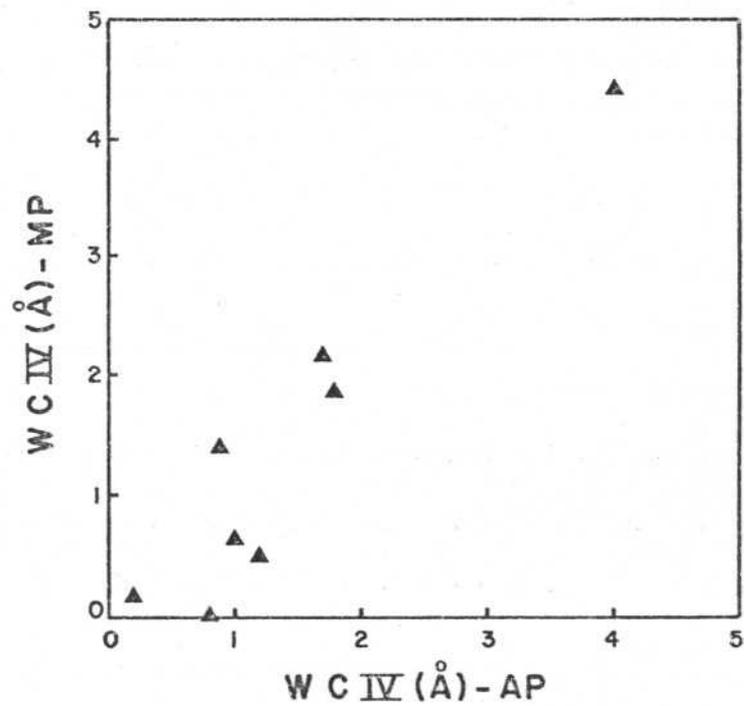
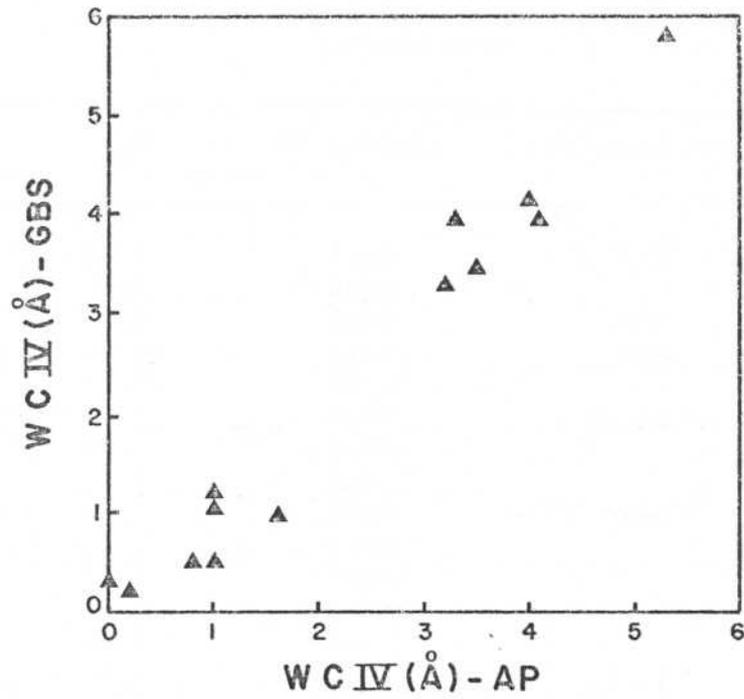
Larguras equivalentes das linhas de CIV e SiIV

<i>Estrela</i>	<i>Tipo Espectral</i>	<i>Imagem IUE</i>	$W_{CIV}$	$W_{SiIV}$
HD 5394	B0.5IV	8685	4.70	1.45
		19097	4.20	1.75
		27607	3.60	2.40
HD 10516	B1.5V	7010	P-Cyg	-
		18104	P-Cyg	-
HD 20336	B2IV	19934	0.70	1.90
HD 28497	B1V	18944	3.20	3.20
HD 30076	B2V	20844	3.20	2.40
		27500	3.30	2.30
HD 32343	B3V	6932	<0.20	0.45
HD 35439	B1V	27487	4.00	3.40
		27493	4.10	3.50
HD 37202	B1V	6930	0.95	1.30
		18115	0.80	1.35
HD 41335	B2IV	6929	3.00	1.95
		15955	3.10	1.90
		26809	2.80	1.60
HD 44458	B1.5IV	21917	3.20	2.30
HD 45995	B2IV	9936	1.00	2.00
HD 50013	B2IV	15981	<0.90	2.20
HD 56139	B2.5V	5917	1.10	0.70
		15028	1.20	1.10
HD 57150	B2IV	2868	1.70	1.20
HD 58343	B3V	8605	<0.20	0.45
		21914	<0.20	0.50
HD 58978	B0.5IV	14910	5.05	3.15
		27504	4.85	2.85
HD 60606	B3V	26123	2.20	2.05
HD 63462	B1IV	21951	5.10	1.90
HD 68980	B1.5IV	22119	1.60	1.60
HD 72067	B2.5V	5492	1.00	1.15
		26122	0.95	1.00
HD 75311	B2.5V	21953	~0.0	2.00
HD 88661	B2IV	7749	1.25	1.90
		22300	2.80	2.90
HD 105435	B2IV	15961	~0.0	2.25
		27973	1.45	2.60
HD 120324	B2IV-V	15962	<0.70	2.20
		28218	~0.0	1.90
HD 127972	B2IV	20258	2.55	2.65
HD 135160	B0V	16726	3.60	2.00
HD 142983	B3IV	8613	1.55	1.25
		18152	-	-
HD 148184	B1.5V	7753	~1.50	2.40
HD 157042	B2.5IV	28114	2.50	2.60
HD 158427	B3V	28115	0.90	1.35

TABELA AIII.1

Larguras equivalentes das linhas de CIV e SiIV  
continuação

<i>Estrela</i>	<i>Tipo Espectral</i>	<i>Imagem IUE</i>	$W_{CIV}$	$W_{SiIV}$
HD 164284	B2IV-V	8614	1.70	2.20
		26836	1.30	2.40
HD 178175	B2V	18019	1.30	1.30
HD 187811	B3V	21021	~0.0	~1.00
		21488	~0.0	~1.00
HD 189687	B2.5V	8600	1.80	1.60
		19936	~1.30	1.30
		26804	2.00	1.90
HD 200120	B1V	7894	5.25	2.70
		19655	2.60	3.00
		28224	4.00	3.00
HD 200310	B1V	10853	3.50	2.50
		19939	4.10	3.40
HD 202904	B2.5V	8601	<0.80	1.05
HD 203467	B2.5V	5957	1.00	0.85
		26859	2.40	2.10
HD 208682	B2V	19935	3.60	3.40
HD 212076	B1.5V	15934	1.05	0.90
HD 212571	B1III-IV	7009	4.00	3.40
		26310	3.00	3.20
HD 217050	B3IV	6989	2.15	1.40
		18106	1.30	1.35



Figs. AIII.1-2. Comparação das medidas de largura equivalente : GBS = Grady, Bjorkman e Snow (1987); MP = Marlborough e Peters (1986); AP = Araújo e Pacheco (este trabalho).

- A correlação com  $v \text{ sen } i$  -

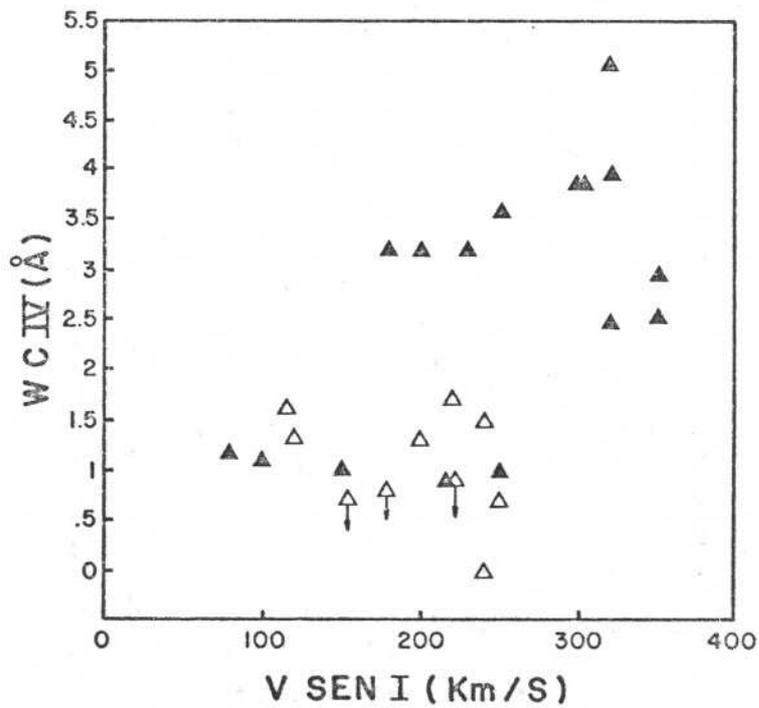
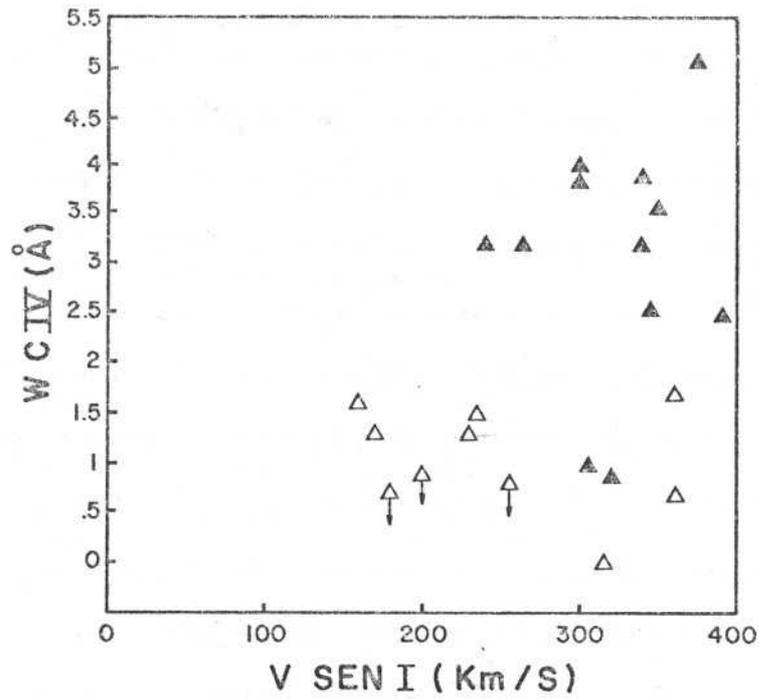
Passamos agora ao ponto central deste estudo que é a determinação ( ou não ) de uma correlação entre a largura equivalente e a velocidade rotacional. Primeiramente, decidimos restringir a nossa amostra em tipo espectral. Nos pareceu que a faixa B0-B3 corresponde a uma variação grande demais em temperatura de modo que preferimos trabalhar somente com os tipos espectrais B1-B2. Além disso, não levamos em consideração aqueles objetos que tinham apresentado variações significativas em seu espectro. É verdade que isso leva a uma diminuição no número de estrelas mas achamos que seria preferível garantir uma maior homogeneidade do conjunto a ser analisado. O conjunto efetivamente usado para determinar a correlação está apresentado na tabela AIII.2. Além do número HD da estrela (coluna 1) temos a lista dos  $v \text{ sen } i$  correspondentes (coluna 2 tirados de Slettebak, 1982 e coluna 3 de Uesugi e Fukuda, 1982). É conhecido que os valores de Slettebak são sistematicamente menores por cerca de 15% (Briot, 1986). Não obstante, consideramos importante testar a validade das conclusões alcançadas, conduzindo a mesma análise com dois diferentes conjuntos de valores de  $v \text{ sen } i$ . Por último, as colunas (4) e (5) se referem as larguras equivalentes do dubleto de CIV (coluna 4) e da linha  $\lambda$  1393.8 Å do SiIV (coluna 5), com uma estimativa dos erros.

TABELA AIII.2

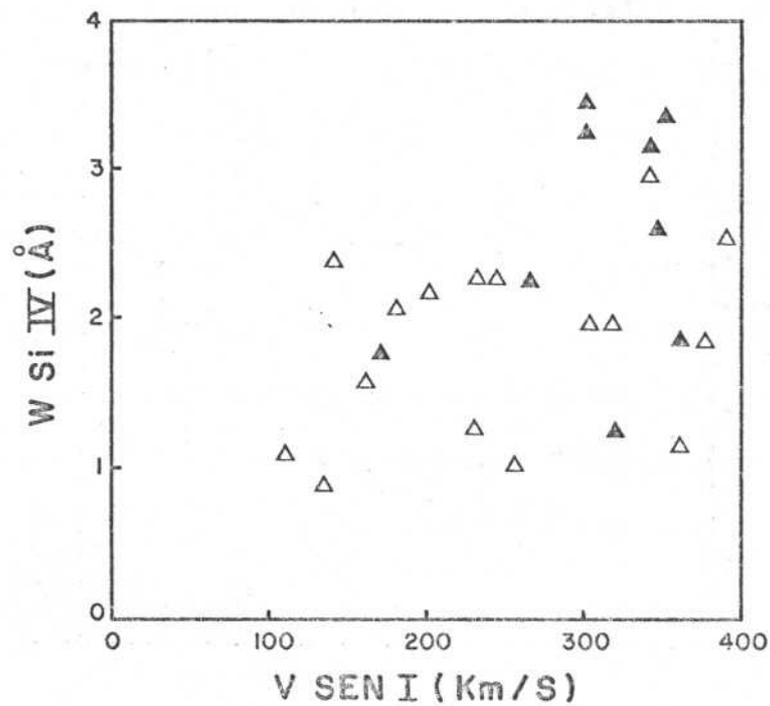
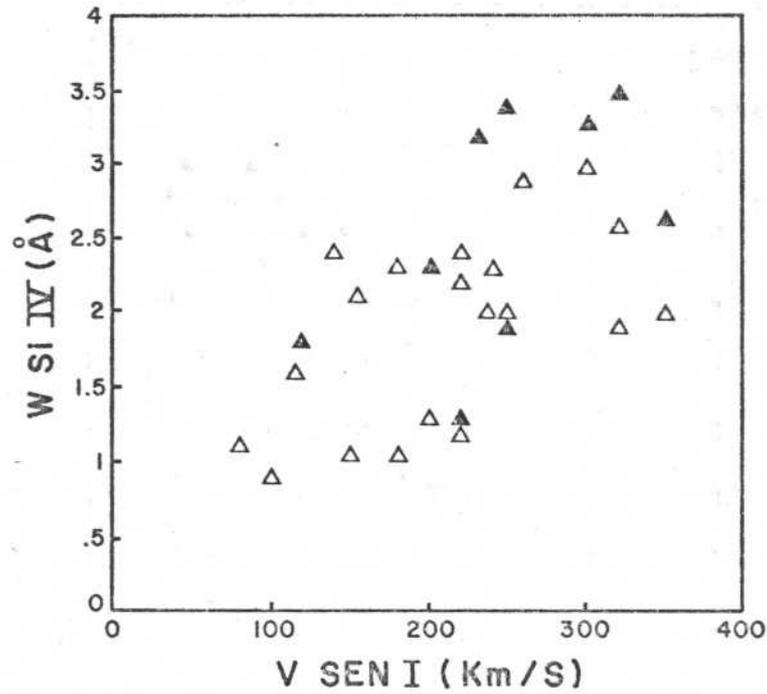
Velocidades rotacionais e larguras equivalentes  
usadas na correlação

<i>Estrela</i>	<i>v sen i(S)</i>	<i>v sen i(UF)</i>	$W_{Civ}$	$W_{Siiv}$
HD 41335	350	445	3.0 $\pm$ 0.3	2.0 $\pm$ 0.4
HD 127972	350	345	2.6 $\pm$ 0.2	2.7 $\pm$ 0.2
HD 35439	320	300	4.0 $\pm$ 0.2	3.5 $\pm$ 0.3
HD 63462	320	375	5.1 $\pm$ 0.5	1.9 $\pm$ 0.4
HD 157042	320	390	2.5 $\pm$ 0.2	2.6 $\pm$ 0.4
HD 200310	300	340	3.9 $\pm$ 0.4	3.0 $\pm$ 0.4
HD 212571	300	300	3.9 $\pm$ 0.4	3.3 $\pm$ 0.3
HD 200120	260	375	-	2.9 $\pm$ 0.5
HD 20336	250	360	0.7 $\pm$ 0.1	1.9 $\pm$ 0.2
HD 45995	250	305	1.0 $\pm$ 0.1	2.0 $\pm$ 0.4
HD 208682	250	350	3.6 $\pm$ 0.2	3.4 $\pm$ 0.3
HD 75311	240	315	$\sim$ 0.0	2.0 $\pm$ 0.4
HD 164284	240	235	1.5 $\pm$ 0.3	2.3 $\pm$ 0.3
HD 28497	230	340	3.2 $\pm$ 0.3	3.2 $\pm$ 0.3
HD 37202	220	320	0.9 $\pm$ 0.1	1.3 $\pm$ 0.1
HD 50013	220	200	$\sim$ 0.9	2.2 $\pm$ 0.6
HD 57150	220	360	1.7 $\pm$ 0.2	1.2 $\pm$ 0.2
HD 105435	220	155	-	2.4 $\pm$ 0.4
HD 189687	200	230	$\sim$ 1.3	1.3 $\pm$ 0.2
HD 44458	200	265	3.2 $\pm$ 0.2	2.3 $\pm$ 0.2
HD 30076	180	240	3.2 $\pm$ 0.3	2.3 $\pm$ 0.3
HD 202904	180	255	$\sim$ 0.8	1.0 $\pm$ 0.1
HD 120324	155	180	$\sim$ 0.7	2.1 $\pm$ 0.4
HD 72067	150	-	1.0 $\pm$ 0.1	1.1 $\pm$ 0.2
HD 148184	140	140	-	2.4 $\pm$ 0.3
HD 178175	120	170	1.3 $\pm$ 0.2	1.8 $\pm$ 0.2
HD 68980	115	160	1.6 $\pm$ 0.3	1.6 $\pm$ 0.3
HD 212076	100	135	1.1 $\pm$ 0.1	0.9 $\pm$ 0.2
HD 56139	80	110	1.2 $\pm$ 0.1	1.1 $\pm$ 0.2

Os resultados estão ilustrados nas figuras a seguir (AIII.3-AIII.6). Símbolos vazios correspondem a pontos mais incertos (erros maiores que 10% do valor). Nas figuras AIII.3 e AIII.4 a largura equivalente do dubleto do CIV é graficada contra os valores de  $v \text{ sen } i$  de Slettebak e Uesugi e Fukuda. Apesar do espalhamento dos pontos, pode-se notar uma tendência de crescimento de  $W$  com  $v \text{ sen } i$ . Além disso, parece existir um limite em  $v \text{ sen } i$ , em torno de 200 km/s, abaixo do qual é muito difícil encontrar linhas intensas de CIV. Quanto ao SiIV uma razoável dependência é notada na figura AIII.5. Por outro lado, não é observado um corte em  $v \text{ sen } i$  tão claro como no caso de CIV. Esse fato pode ser consequência de uma contribuição fotosférica para o SiIV.



Figs. AIII.3-4. Largura equivalente de CIV em função das velocidades rotacionais de Slettebak (3) e Uesugi e Fukuda (4). Símbolos vazios correspondem a pontos mais incertos (ver texto).



Figs. AIII.5-6. Largura equivalente de SiIV em função das velocidades rotacionais de Slettebak (5) e Uesugi e Fukuda (6). Símbolos vazios correspondem a pontos mais incertos (ver texto).

- Discussão -

Devemos agora interpretar nossos resultados com vistas a questão levantada anteriormente a respeito da geometria do vento. Uma resposta a essa questão porém está relacionada com a interpretação que é feita para o conjunto de valores de  $v \text{ sen } i$  de estrelas Be. Pode-se admitir que as estrelas Be com baixos  $v \text{ sen } i$  correspondem as Be's que giram mais lentamente. Nesse caso contudo, seria difícil entender as diferenças existentes entre as Be's de baixo  $v \text{ sen } i$  e outras estrelas B que giram lentamente. Por outro lado, se assumirmos que a classe das estrelas Be tem altas velocidades de rotação ( admitindo uma faixa de valores evidentemente ), podemos concluir que aquelas de baixo  $v \text{ sen } i$  são vistas por altas latitudes ( as chamadas estrelas "pole-on" ) enquanto aquelas de mais altos  $v \text{ sen } i$  são vistas segundo latitudes mais baixas. Essa última interpretação leva a uma relação direta entre a correlação com  $v \text{ sen } i$  e uma dependência em latitude.

Nós comparamos nossa amostra com um conjunto hipotético de estrelas girando a uma mesma velocidade de rotação. A partir da distribuição da velocidade projetada (  $v \text{ sen } i$  ) pode ser obtida a média da velocidade real (  $v$  ) através de

$$\langle v \rangle = \frac{4}{\pi} \langle v \text{ sen } i \rangle$$

Assim, usando os valores de Slettebak nós temos no nosso conjunto de CIV  $\langle v \rangle = 287.0 \text{ Km/s}$  e no conjunto de SiIV  $\langle v \rangle = 284.5 \text{ Km/s}$ . A

figura AIII.7 mostra a distribuição teórica de  $v \sin i$  para um grupo de estrelas com um único  $v = 287.0$  Km/s e eixos distribuídos ao acaso enquanto a figura AIII.8 mostra a distribuição do nosso conjunto CIV. Uma comparação para o conjunto do SiV é vista nas figuras AIII.9 e AIII.10. Pode ser concluído que nossa amostra muito provavelmente contém uma faixa grande de velocidades equatoriais, uma vez que sua distribuição é bastante diferente da teórica. No entanto, o número de membros de nossos grupos é pequeno, o que pode comprometer a hipótese de distribuição uniforme de orientação.

O trabalho de Oegerle e Polidan (1984) relata que as linhas shell somente estão presentes em objetos com valores bastante altos de  $v \sin i$ , que em geral também apresentam linhas shell na região visível. Analogamente, Grady e outros (1987) concluíram que existe um limite mínimo de  $v \sin i$  ( $\sim 150$  Km/s) abaixo do qual as componentes discretas não aparecem e, mais do que isso, que os objetos que apresentam linhas shell revelam indícios de um vento estelar pouco intenso. Uma combinação desses resultados sugere que a expansão rápida ocorre nas Be's acima e abaixo de uma região equatorial mas que possivelmente não atinge latitudes muito altas (Snow, 1987). Em nossa opinião o presente trabalho, embora não seja conclusivo, favorece um cenário desse tipo para a envoltória das estrelas Be.

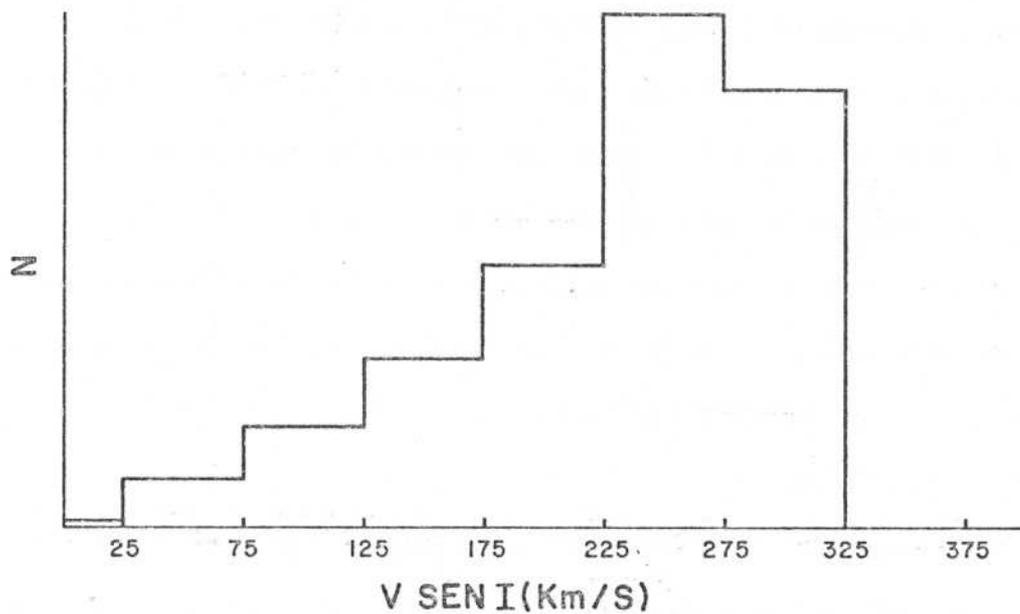


Fig.AIII.7 Distribuição teórica de  $v \text{ sen } i$  para um conjunto de estrelas com  $v = 287 \text{ km/s}$  e eixos orientados ao acaso.

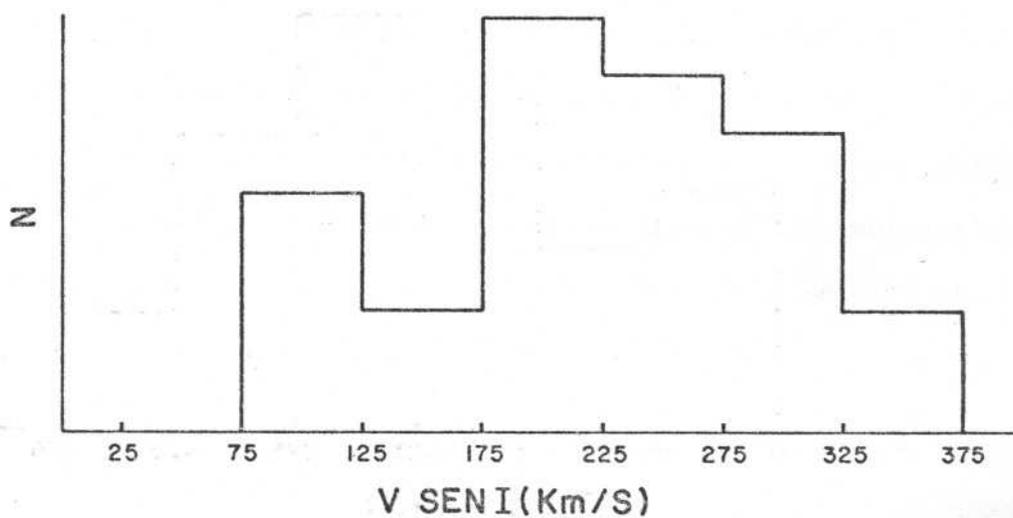


Fig.AIII.8 Distribuição de  $v \text{ sen } i$  para nosso conjunto de CIV (valores de Slettebak).

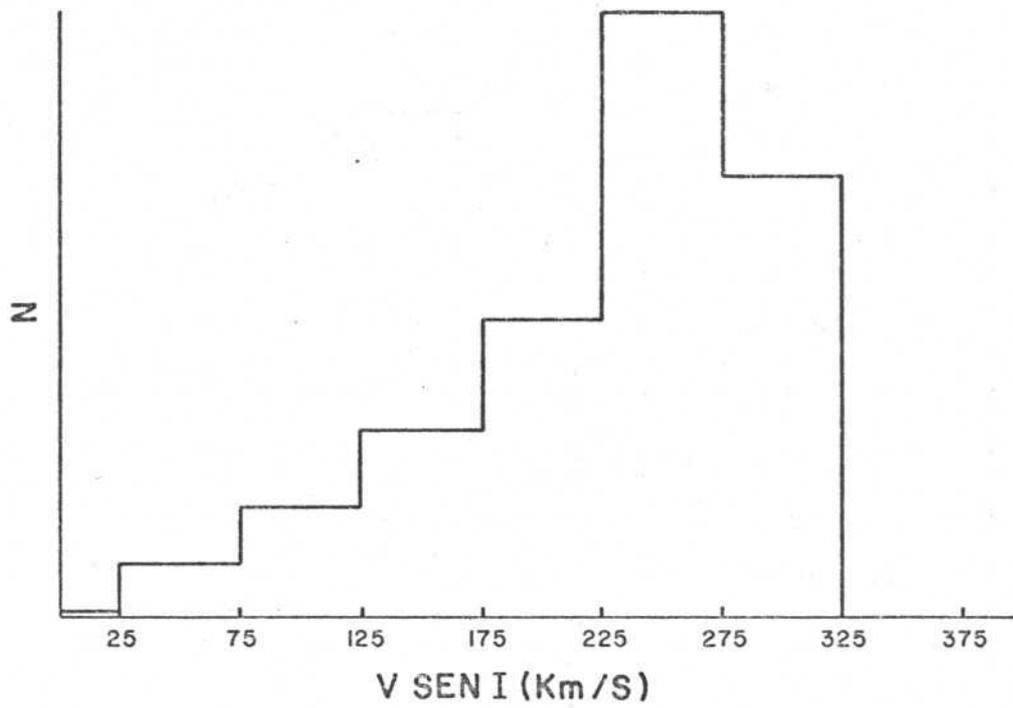


Fig.AIII.9 Distribuição teórica de  $v \text{ sen } i$  para um conjunto de estrelas com  $v = 284.5 \text{ km/s}$  e eixos orientados ao acaso.

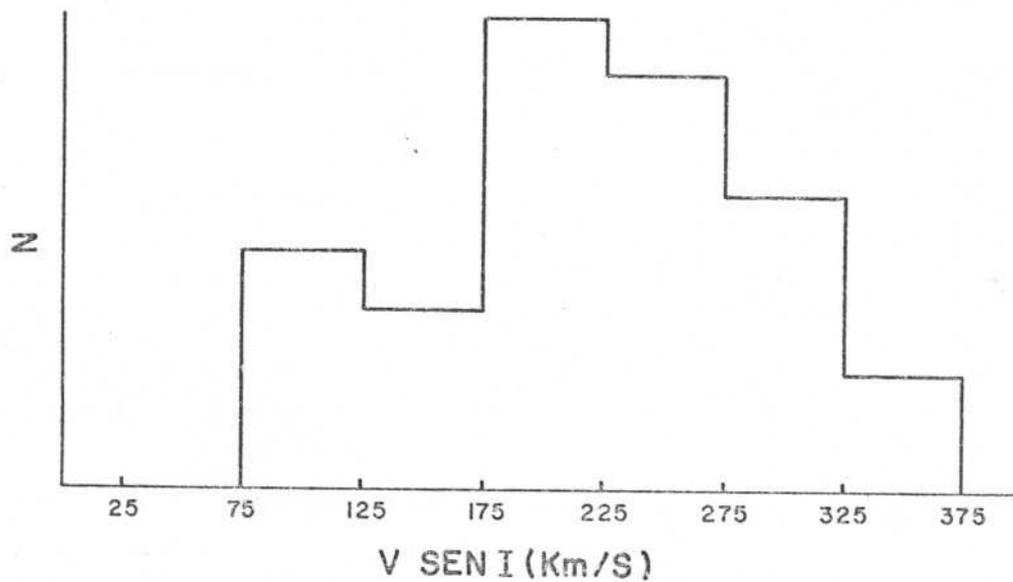


Fig.AIII.10 Distribuição de  $v \text{ sen } i$  para nosso conjunto de SiIV (valores de Slettebak).

## CAPÍTULO IV

### APLICAÇÃO DO MODELO AS ESTRELAS Be

#### IV.1 - OS PARÂMETROS DA ESTRELA E DO VENTO

Neste capítulo passamos ao objetivo central do trabalho que é a aplicação do modelo desenvolvido. Como citamos anteriormente as estrelas Be constituem os objetos provavelmente mais apropriados para tentarmos uma aplicação. Precisamos, em primeiro lugar, escolher parâmetros estelares que sejam representativos. Decidimos modelar um objeto do tipo B1, da sequência principal, girando com velocidade média ou alta. Do trabalho de Slettebak, Kuzma e Collins (1980) adotamos para a massa estelar  $M = 11 M_{\odot}$ . No caso de um objeto sem rotação o artigo citado de Slettebak e outros (1980) sugere os seguintes valores para as outras grandezas físicas: luminosidade  $L = 9700 L_{\odot}$ , raio  $R = 5.3 R_{\odot}$  e temperatura efetiva  $T_{\text{eff}} = 25000 \text{ K}$ . Tais parâmetros no entanto dependem da taxa de rotação adotada. Usualmente estes efeitos são desprezados, mas tendo em vista que estamos interessados em velocidades de rotação que alcançam uma fração significativa da velocidade crítica consideramos importante incluí-los. No contexto de um tratamento simplificado isto pode ser feito supondo que a luminosidade total e o raio polar não são alterados pela rotação (Collins, 1963). Essas aproximações se justificam pois tratamentos mais rigorosos mostram que o decréscimo do raio polar é menor do que 3%, enquanto a luminosidade pode decair de no máximo 5 a 10%, no caso de estrelas B da sequência principal girando a velocidade crítica (Smith, 1987). Consideramos então um potencial efetivo  $\Psi$  que

inclui termos gravitacionais e rotacionais e é dado por

$$\Psi = \frac{G M}{R} + \frac{1}{2} w^2 R^2 \text{sen}(\theta) \quad (\text{IV.1})$$

onde  $\theta$  é a colatitude .

Na superfície o potencial é constante portanto podemos escrever

$$\frac{G M}{R} + \frac{1}{2} w^2 R^2 \text{sen}(\theta) = \frac{G M}{R_p} \quad (\text{IV.2})$$

onde  $R_p$  é o raio polar, suposto constante.

Por sua vez a gravidade efetiva,  $g_{\text{eff}}$ , pode ser encontrada através da expressão

$$\begin{aligned} g_{\text{eff}} &= -\text{grad } \psi \\ &= \left[ \left( \frac{GM}{R^2} - w^2 R \text{sen}^2(\theta) \right)^2 + w^4 R^2 \text{sen}^2(\theta) \cos^2(\theta) \right]^{1/2} \quad (\text{IV.3}) \end{aligned}$$

e como, por definição,  $w = w_c$  quando a  $g_{\text{eff}}$  no equador é nula temos ,

$$w_c^2 = \frac{GM_3}{R_e}$$

e substituindo a expressão acima em (IV.2) chegamos a

$$R_e = \frac{3}{2} R_p \quad (\text{ quando } w = w_c )$$

e

$$w_c^2 = \frac{8}{27} \frac{GM_3}{R_p^3}$$

Trabalhando a equação (IV.2) e substituindo o resultado acima podemos chegar a

$$\frac{1}{x} + \frac{4}{27} x^2 \text{sen}^2(\theta) = 1 \quad (\text{IV.4})$$

sendo  $x = \frac{R(\theta)}{R_p}$  e  $\chi = \frac{\omega}{\omega_c}$

A tabela IV.1 nos dá a razão entre o raio na colatitude considerada e o raio polar em termos da taxa de rotação. Os resultados foram obtidos usando a equação (IV.4) e quatro valores para a rotação  $\chi$ . Esses valores serão discutidos mais adiante.

TABELA IV.1  
Variação do raio fotosférico

$\theta$	$\chi = 0.50$	$\chi = 0.66$	$\chi = 0.75$	$\chi = 0.90$
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
10	1.0011	1.0020	1.0025	1.0037
20	1.0044	1.0070	1.0100	1.0147
30	1.0095	1.0170	1.0223	1.0331
40	1.0160	1.0290	1.0386	1.0589
45	1.0196	1.0359	1.0480	1.0916
50	1.0233	1.0430	1.0579	1.1102
60	1.0304	1.0572	1.0784	1.1499
70	1.0364	1.0698	1.0972	1.1695
80	1.0405	1.0785	1.1108	1.2023
90	1.0419	1.0817	1.1158	1.2155

A expressão (IV.3) da gravidade efetiva pode ser re-escrita para

$$g_{eff} = \frac{GM}{R_p^2} \left[ \left( \frac{1}{x^2} - \frac{8\chi^2 x \sin^2(\theta)}{27} \right)^2 + \left( \frac{8\chi^2 x \sin(\theta) \cos(\theta)}{27} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (IV.5)$$

que nos permite imediatamente obter o valor dessa grandeza em cada ponto da latitude estelar dada a taxa de rotação  $\chi$ .

O teorema de von Zeipel (1924) estabelece que o fluxo total é proporcional a gravidade local. Da lei de Stefan-Boltzmann segue então que

$$T_{\text{eff}}^4 = C_w g_{\text{eff}} \quad (\text{IV.6})$$

onde  $C_w$  são constantes de proporcionalidade que dependem do valor  $w$  da rotação. A variação da temperatura para nossa estrela padrão, é dada na tabela IV.2 a seguir

TABELA IV.2  
Variação da temperatura efetiva

$\theta$	$\chi = 0.50$	$\chi = 0.66$	$\chi = 0.75$	$\chi = 0.90$
0	25107	25462	25752	26621
10	25079	25413	25689	26529
20	24998	25272	25504	26254
30	24872	25043	25201	25795
40	24711	24744	24797	25151
45	24622	24574	24563	24762
50	24530	24396	24315	24328
60	24353	24039	23797	23349
70	24203	23732	23314	22291
80	24100	23496	22958	21365
90	24064	23414	22825	20971

Então, nós temos determinados o raio, a gravidade superficial e a temperatura efetiva em cada ponto da superfície do objeto desde que tenhamos sua massa, luminosidade total, raio polar e velocidade rotacional. Os resultados que obtivemos estão em bom

acordo com os de Slettebak e outros (1980). Tendo obtido a temperatura em cada latitude, adotamos (de acordo com o que foi visto no cap. II) para a variação da temperatura na envoltória circunstelar a seguinte lei

$$T(r, \theta) = T_{\text{eff}}(\theta) \left( \frac{R}{r} \right)^{2\beta}$$

A velocidade isotérmica do som na fotosfera estelar será dada por

$$a_0^2(\theta) = \frac{2k_B T_{\text{eff}}(\theta)}{M_H}$$

onde  $k_B$  é a constante de Boltzmann. Tipicamente os valores de  $a_0$  estão entre 17 e 21 km/s. Essas pequenas variações não afetam grandemente as taxas de perda de massa e as velocidades terminais mas são importantes para a determinação das condições físicas em regiões bem próximas a superfície.

Passemos agora a questão das velocidades de rotação. Já adiantamos que nosso interesse consiste em modelos com taxas que podem ser consideradas elevadas. De fato, há muito tempo é conhecido que as Be's giram rapidamente. Slettebak (1982), em um estudo extensivo de todas as estrelas Be mais brilhantes que magnitude 6.0, encontrou que o valor médio da velocidade de rotação projetada,  $\langle v \sin i \rangle$ , está na faixa de 200-250 km/s. Esse valor é sem dúvida bem maior do que o apresentado pelas outras estrelas B. Ainda segundo Slettebak, a rotação não difere significativamente entre as classes de luminosidade V-III e os tipos espectrais. Por outro lado, algumas vezes tem sido levantado que esses valores embora elevados não caracterizam velocidades muito próximas à velocidade crítica (Vardya, 1985). A partir de uma análise estatística da velocidade projetada (observada), Chen

e Huang (1987) concluíram que a razão entre a velocidade real e o valor crítico deve estar em torno de 0.7-0.75, com ligeiras variações entre os tipos espectrais. Em vista de tais incertezas nós preferimos utilizar em nossos cálculos numéricos 4 valores diferentes de  $\chi$  (0.5, 0.66, 0.75 e 0.9) e analisar como os diversos resultados dependem da rotação.

O parâmetro  $\beta$  pode, em princípio, assumir qualquer valor na faixa  $-1 \leq \beta \leq 1$ . A maior parte dos estudos que tratam da influência da rotação em um vento radiativo considera que o momento angular é conservado, (por exemplo Abbott, 1980; Marlborough e Zamir, 1984) o que equivale a tomar  $\beta = 1$ . Esse não é o caso porém quando é incluído um campo magnético. Poe e Friend (1986) mostraram que um campo magnético provoca um afastamento da conservação do momento angular fazendo com que a velocidade azimutal decaia mais lentamente. Por outro lado os modelos empíricos frequentemente adotam (Poeckert e Marlborough, 1978; Hanuschik, 1986) movimento kepleriano, o que é equivalente, no nosso caso, a adotar  $\beta = 0.5$ . Já enfatizamos que em nosso tratamento  $\beta$  condiciona não apenas a velocidade rotacional mas também o comportamento da temperatura ao longo da envoltória. Conseqüentemente devemos tomar valores de  $\beta$  que levem a dependências em  $r$  aceitáveis tanto para a velocidade rotacional como para a temperatura. Trabalhamos na faixa desde  $\beta = 0.0$  (envoltória isotérmica) até  $\beta = 0.5$ . Valores acima de 0.5 implicam em um decréscimo da temperatura com a distância mais rápido que  $1/r$  o que nos parece irrealístico.

Também já foi bastante discutido neste trabalho que os parâmetros  $k$  e  $\alpha$  da força radiativa não são ajustáveis livremente.

Na verdade, devem ser obtidos a partir de cálculos detalhados que levem em conta todas as linhas que contribuem para a aceleração. E mais, dependem da dinâmica do vento. A rigor, deve-se partir das estruturas de velocidade e densidade obtidas com valores iniciais de  $k$  e  $\alpha$ . Em seguida, as equações de equilíbrio estatístico são usadas em conjunto com esses perfis  $v(r)$  e  $\rho(r)$  para obter novos números de ocupação o que permite o cálculo de uma nova aceleração radiativa. Com esta nova força são obtidas novas estruturas de velocidade e densidade e o processo é iterado até que convirja. Obviamente todos esses cálculos exigem um enorme esforço computacional e existem poucos exemplos na literatura que seguem esse tratamento (Pauldrach, 1987; Puls, 1987). Na maior parte das vezes são utilizados os valores médios de Abbott (1982), que tabelou  $k$  e  $\alpha$  em função da temperatura efetiva, gravidade e densidade. Por exemplo, em um modelo aplicado as estrelas Wolf-Rayet, Poe e outros (1989) adotaram  $\alpha = 0.61$  e  $k = 0.18$  enquanto que Boyd e Marlborough (1990) escolheram  $\alpha = 0.56$ ,  $k = 0.28$  para uma B(e) supergigante. Kudritzki e outros (1989) usaram para estrelas O da Galáxia  $\alpha = 0.64$  e  $k = 0.124$  e para objetos localizados na Pequena Nuvem  $\alpha = 0.58$ ,  $k = 0.097$ ; neste caso a diferença nos valores procura dar conta das diferentes metalicidades. Poe e Friend (1986) desenvolveram um modelo para as Be's e adotaram  $\alpha = 0.506$  e  $k = 0.477$ ; nós (Araújo e Freitas Pacheco, 1989) usamos números bastante próximos aos deles  $\alpha = 0.5$  e  $k = 0.5$ . Uma característica comum a esses e outros trabalhos é que todos consideram valores iguais dos parâmetros em todas as regiões estelares (a exceção é Pauldrach, 1987 que leva em conta uma dependência radial). No entanto a aceleração

radiativa depende das condições físicas e depende fortemente de quais linhas impulsionam o vento. Abbott (1982) mostrou que a uma temperatura de cerca de 30000 K a maior fração da aceleração é devida a linhas de carbono, nitrogênio e oxigênio enquanto que em torno de 20000 K o grupo do ferro é dominante. Recentemente tem sido sugerido (Baade, 1987; Boyd e Marlborough, 1990) que as diferentes condições físicas apresentadas nas diversas regiões de uma Be indicam que a aceleração radiativa não é uniforme nestes objetos. Assim, aceitando uma distribuição assimétrica da matéria circunstelar nas Be's, as regiões polares (que são rarefeitas e mais quentes) devem ter um vento impulsionado principalmente por um número não muito grande de linhas fortes de ressonância de elementos como nitrogênio e carbono. Por sua vez, ao longo do equador estelar - mais frio e bastante mais denso - devem prevalecer as mais numerosas linhas de elementos de baixa excitação como o FeIII. Já havíamos visto que o parâmetro  $\alpha$  dá essencialmente a razão entre linhas "fortes" e "fracas" enquanto  $k$  está relacionado com o número total de linhas que impulsionam o vento. Em consequência de nossa discussão devemos ter um valor de  $\alpha$  maior no polo do que no equador e ao contrário  $k$  maior no equador. Adotamos  $\alpha_e = 0.4$ ,  $k_e = 0.6$ ;  $\alpha_p = 0.5$ ,  $k_p = 0.3$ . Para latitudes intermediárias utilizamos as expressões

$$\alpha_{\theta} = \alpha_p + (\alpha_e - \alpha_p) \text{sen}(\theta)$$

$$k_{\theta} = k_p + (k_e - k_p) \text{sen}(\theta)$$

A tabela IV.3 a seguir nos mostra os valores adotados em cada co-latidade  $\theta$ .

TABELA IV.3  
Valores dos parâmetros  $\alpha$  e  $k$

$\theta$	$\alpha$	$k$
0	0.500	0.300
10	0.483	0.352
20	0.466	0.403
30	0.450	0.450
40	0.436	0.493
45	0.429	0.512
50	0.423	0.530
60	0.413	0.560
70	0.406	0.583
80	0.402	0.595
90	0.400	0.600

É bem conhecido (Poe e Friend, 1986; Kudritzki e outros, 1989) que a taxa de perda de massa depende essencialmente de  $k$  ao passo que a velocidade terminal é função de  $\alpha$ . No intuito de verificar o bom comportamento de nosso código numérico nós rodamos alguns modelos experimentais (com valores fixados dos parâmetros  $\beta$  e  $\chi$ ) para verificar as dependências citadas acima. Quando fixamos  $\alpha = 0.4$  e fizemos variar  $k$  entre 0.5 e 0.7 encontramos que o fluxo de massa cresce monotonicamente e a velocidade terminal se mantém constante. Quando fixamos  $k = 0.5$  e variamos  $\alpha$  de 0.4 a 0.6 a velocidade terminal teve o comportamento esperado, crescendo de 1540 km/s a 2245 km/s e o fluxo de massa sofreu ligeiras variações (diminuindo a princípio para depois crescer bem lentamente). De uma maneira geral os testes realizados mostraram que nossos cálculos estão coerentes com o que tem sido obtido em outros trabalhos.

## IV.2 - OS RESULTADOS

A tabela IV.4 resume os principais resultados deste trabalho. A fim de ressaltar o contraste entre as regiões polares e equatoriais restringimos inicialmente nossa análise a essas duas regiões. Na tabela, a primeira e a segunda colunas listam respectivamente os parâmetros  $\chi$  (rotação) e  $\beta$  (viscosidade). A terceira coluna dá o ângulo polar  $\theta$  ( 0 para o polo e 90 para o equador ), e a quarta o valor encontrado para o raio crítico. As duas últimas mostram o fluxo de massa por unidade de ângulo sólido ( $\Phi$ ) e a velocidade terminal ( $v_{\infty}$ ). Uma inspeção nesta tabela revela que as quantidades correspondentes ao polo são bastante independentes da taxa de rotação, como seria esperado. As pequenas variações que aparecem estão relacionadas com os valores adotados para a temperatura superficial no polo que são ligeiramente diferentes em cada modelo (ver tabela IV.2). Por outro lado tanto a rotação como a viscosidade influenciam significativamente os resultados para o equador.

O fluxo de massa equatorial predito pode estar em toda uma faixa desde  $6 \cdot 10^{-10} M_{\odot}/\text{ano.sr}$  a  $2 \cdot 10^{-8} M_{\odot}/\text{ano.sr}$ , crescendo fortemente com a taxa de rotação e decrescendo, embora lentamente, quando se altera os valores de  $\beta$  desde  $\beta = 0.0$  a até  $\beta = 0.5$ . Já o fluxo na região do polo é praticamente constante ( $\Phi_p \cong 2.5 \cdot 10^{-10} M_{\odot}/\text{ano.sr}$ ) para todos os valores de  $\chi$  e  $\beta$  testados. Estes resultados, que levam a uma estimativa inicial para a perda de massa entre  $3 \cdot 10^{-9} M_{\odot}/\text{ano}$  e  $5 \cdot 10^{-7} M_{\odot}/\text{ano}$  estão resumidos na figura IV.1. Os valores de perda de massa que obtivemos agora estão abaixo daqueles que havíamos encontrado

TABELA IV. 4

Principais resultados para polo e equador

$\chi$	$\beta$	$\theta$	$r_c(10^6 \text{ km})$	$\Phi(10^{-10} \text{ Mo/a. sr})$	$v_{\infty}(\text{km/s})$	
0.50	0.0	0	3.792	2.51	1930	
		90	3.936	7.92	1735	
	0.2	0	3.788	2.51	2255	
		90	3.928	6.34	1830	
	0.4	0	3.786	2.52	2660	
		90	3.928	6.22	1935	
	0.5	0	3.784	2.52	2910	
		90	3.929	6.43	1985	
	0.66	0.0	0	3.793	2.50	1930
			90	4.092	10.70	1810
0.2		0	3.789	2.50	2250	
		90	4.080	6.39	1925	
0.4		0	3.787	2.50	2660	
		90	4.078	5.62	2050	
0.5		0	3.785	2.51	2905	
		90	4.080	6.11	2060	
0.75		0.0	0	3.794	2.48	1930
			90	4.249	26.80	1660
	0.2	0	3.790	2.50	2250	
		90	4.240	23.70	1380	
	0.4	0	3.787	2.50	2655	
		90	4.236	21.50	1345	
	0.5	0	3.786	2.50	2905	
		90	4.237	21.30	1400	
	0.90	0.0	0	3.797	2.45	1925
			90	4.688	202.0	1540
0.2		0	3.793	2.45	2245	
		90	4.690	172.0	1040	
0.4		0	3.790	2.46	2650	
		90	4.691	147.0	790	
0.5		0	3.788	2.46	2900	
		90	4.695	138.0	720	

anteriormente (Araújo e Freitas Pacheco, 1989). Isto ocorre porque naquele trabalho consideramos a aproximação de fonte pontual que, por superestimar a aceleração radiativa a pequenas distâncias da superfície estelar, leva a uma perda de massa maior. Uma comparação com o trabalho de Poe e Friend (1986) que também modelou uma B1V pode ser feita mas é preciso esclarecer que na verdade eles não apresentaram a taxa de perda de massa global mas sim o fluxo equatorial multiplicado por  $4\pi$ . Tendo isto claro pode-se perceber que as duas estimativas estão em bom acordo. Queremos ressaltar, agora, um dos melhores resultados de nosso modelo : o fluxo de massa equatorial é muito mais intenso que o polar. Voltaremos a essa questão mais adiante.

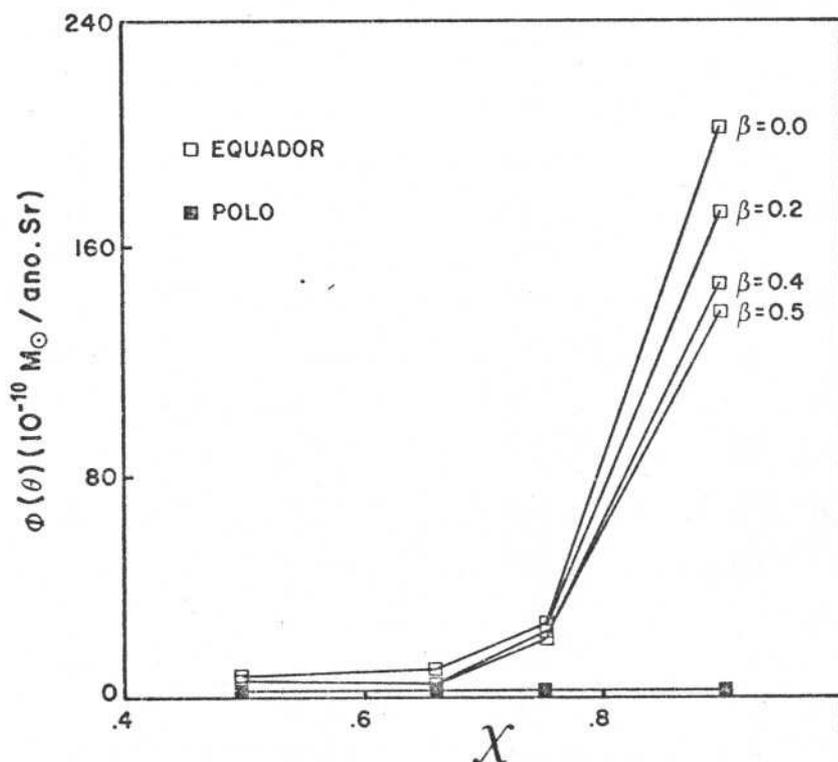


Fig. IV.1 Fluxo de massa para equador e polo em função da velocidade de rotação. As curvas são marcadas por diferentes valores do parâmetro de viscosidade  $\beta$ .

As velocidades terminais no polo não dependem da rotação mas são bastante influenciadas pelo parâmetro  $\beta$ . Obtivemos valores que crescem continuamente desde  $v_{\infty} \cong 1900$  km/s ( quando  $\beta=0.0$  ) a  $v_{\infty} \cong 2900$  km/s quando  $\beta = 0.5$ . Acreditamos que um modelo que conserve o momento angular (  $\beta = 1.$  ) levaria a uma estimativa irrealisticamente alta para a velocidade terminal. Aliás, os resultados obtidos podem ser considerados um pouco elevados, sendo inclusive maiores que os do trabalho anterior (Araújo e Freitas Pacheco, 1989). Este aumento nas velocidades de expansão também é causado pela introdução da correção de disco finito. O comportamento da velocidade terminal no equador é mais complicado e está apresentado na figura IV.2.

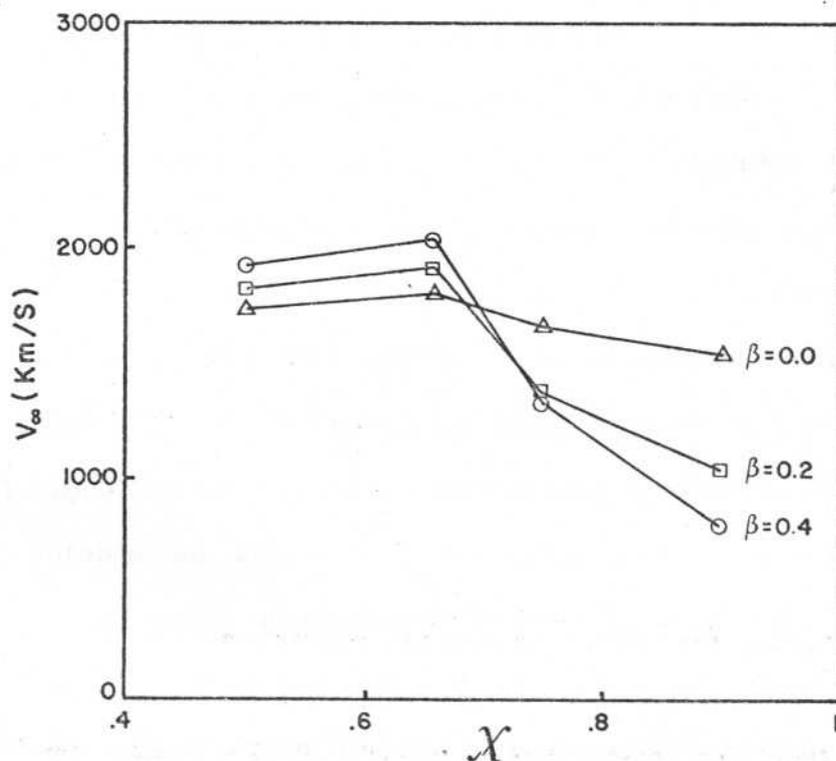
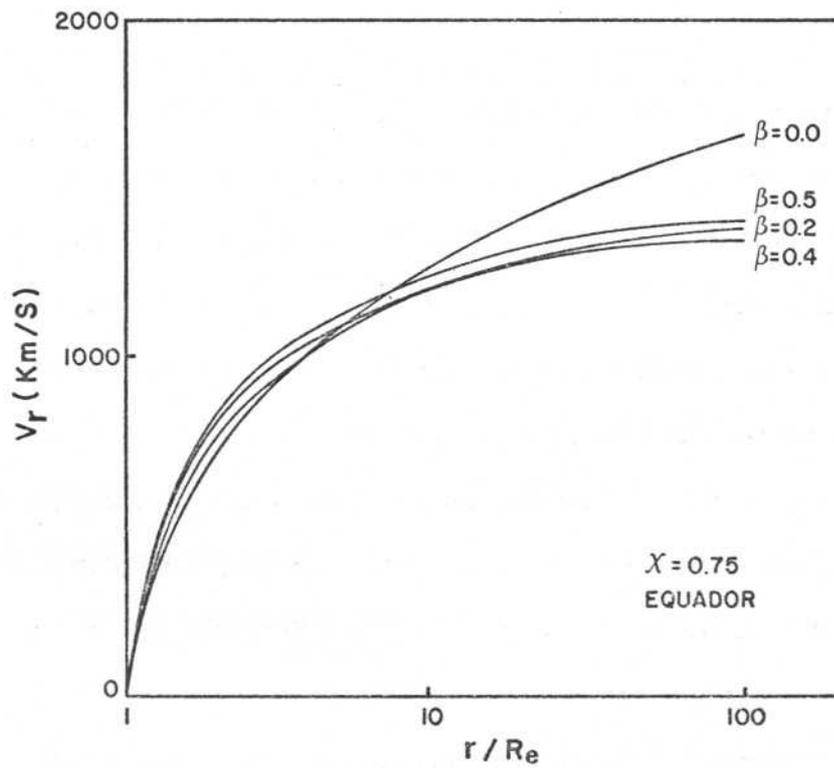
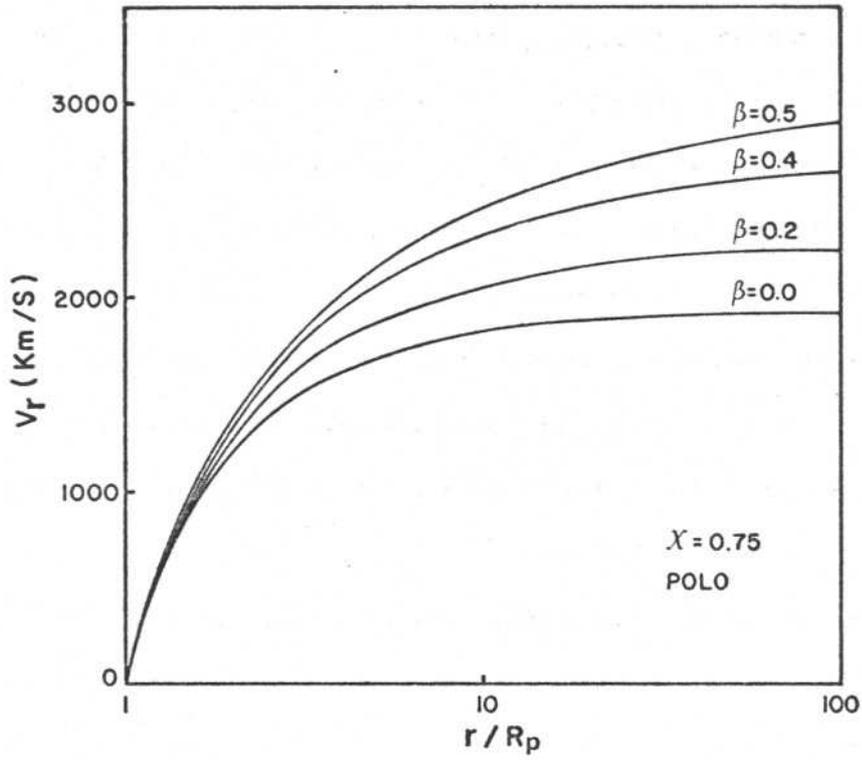


Fig. IV.2 Velocidade terminal no equador em função da rotação e viscosidade.

Para cada valor do parâmetro  $\beta$  da viscosidade ocorre um crescimento quando a rotação passa de  $\chi = 0.5$  para  $\chi = 0.66$ , decaindo em seguida até alcançar os menores valores quando  $\chi=0.9$ . A grosso modo os valores estão compreendidos entre 700 km/s e 2000 km/s. Para efeitos de comparação citamos que Poe e Friend (1986) obtiveram um comportamento não muito diferente da velocidade em função do campo magnético, o que não surpreende já que o campo, assim como a viscosidade, provoca uma transferência de momento angular. No entanto seus valores são ainda mais altos :  $1200 \text{ km/s} \leq v_{\infty} \leq 2500 \text{ km/s}$ .

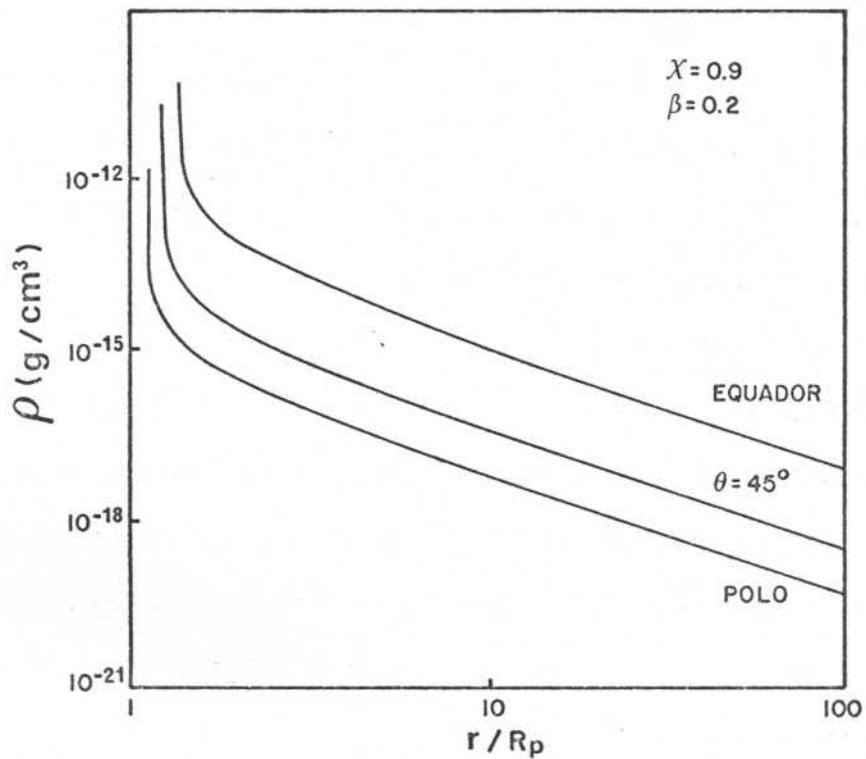
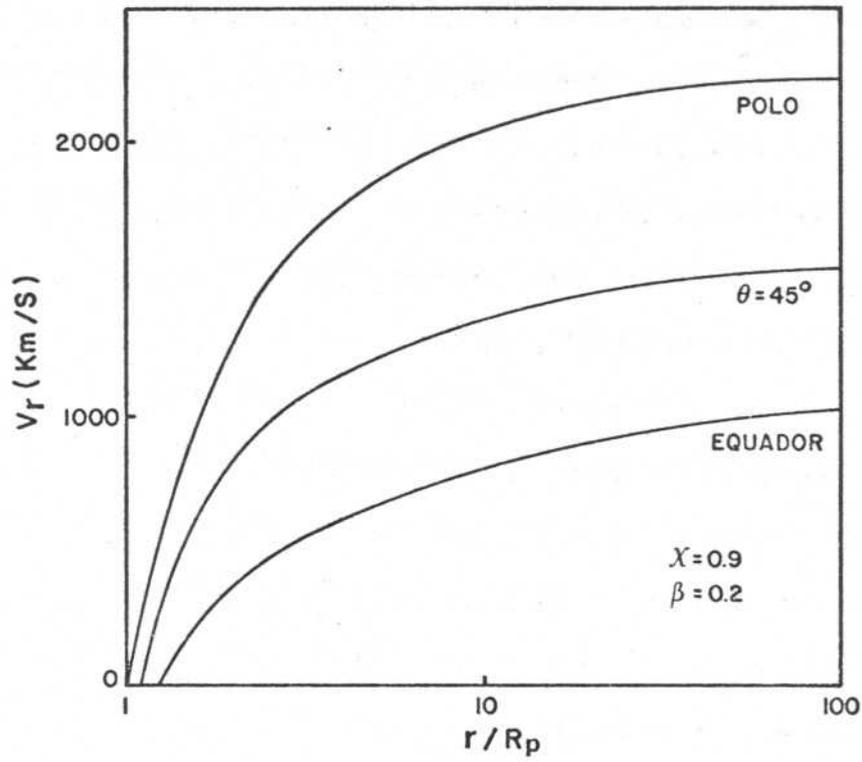
Com o intuito de conseguir uma idéia mais clara da influência do parâmetro  $\beta$  mostramos, nas figuras IV.3(a) e IV.3(b) os perfis da velocidade de expansão no polo e no equador para uma taxa de rotação  $\chi = 0.75$ . Para o polo a expansão é cada vez mais intensa a medida em que se toma maiores valores de  $\beta$ ; já para o equador o comportamento é menos claro. O parâmetro  $\beta$  está relacionado, como vimos, com a velocidade de rotação e com a lei de temperatura  $T(r)$ . No polo a rotação é nula portanto a dependência observada é causada apenas por variações no perfil de temperatura ao longo da envoltória. Esse resultado não confirma a conclusão obtida por outros autores (por exemplo Pauldrach, Puls e Kudritzki, 1986) que a estrutura do vento seja praticamente independente da função  $T(r)$  adotada. Entretanto essa conclusão foi obtida em modelos com simetria esférica (que na verdade descrevem o plano equatorial) com baixa rotação. Na figura IV.2 vemos que para  $\chi = 0.5$  a velocidade terminal no equador efetivamente pouco depende de  $\beta$ .



Figs.IV.3 Efeito da viscosidade, parametrizada por  $\beta$ , na velocidade de expansão do polo (a) e equador (b).

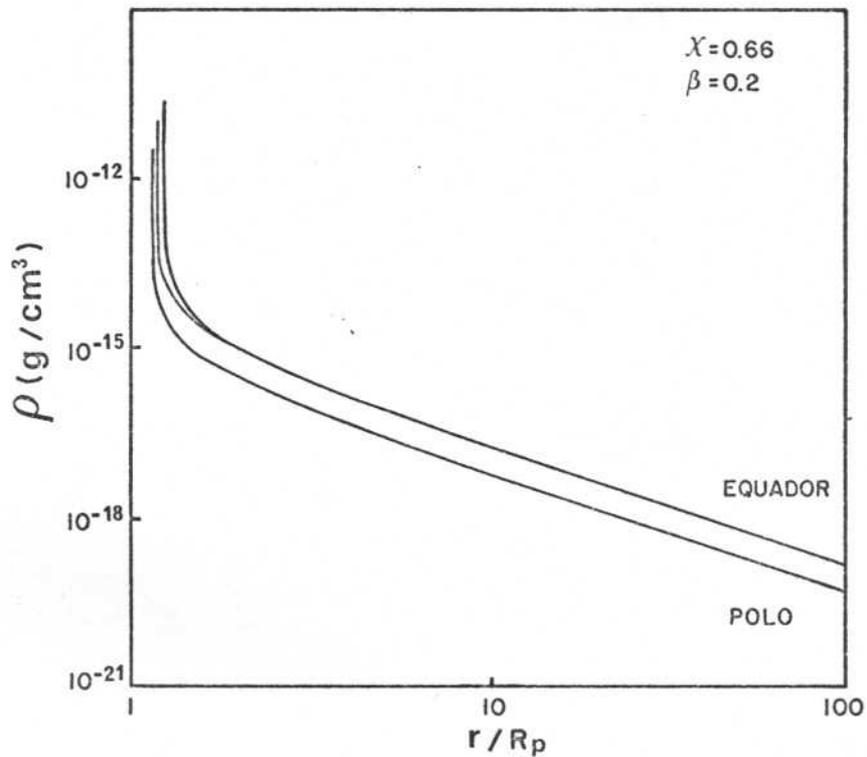
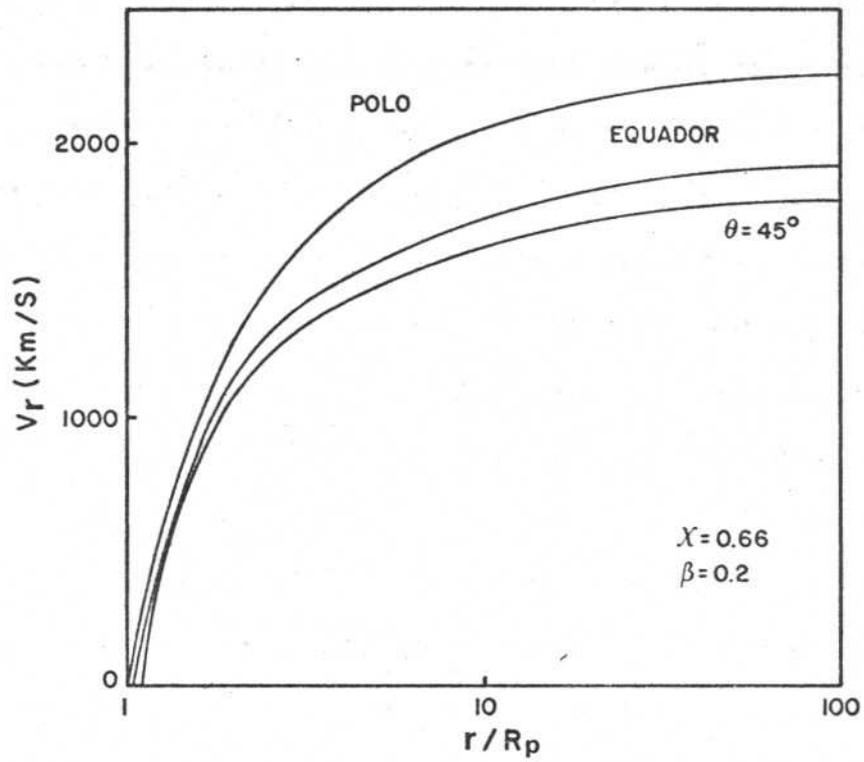
Vamos fazer agora uma análise das mais importantes dependências com  $\beta$  que os resultados apresentam. O fluxo de massa equatorial diminui com  $\beta$  crescente enquanto o fluxo polar independe deste parâmetro. Consequentemente a razão entre os fluxos cresce com  $\beta$  decrescente. A velocidade terminal no polo diminui, aproximando-se de valores mais aceitáveis, com  $\beta$  decrescente. Estes resultados favorecem os menores valores  $\beta = 0.0$   $\beta = 0.2$ . A velocidade terminal no equador porém, quando se considera valores elevados da taxa de rotação  $\chi$ , apresenta o comportamento inverso: é mais próxima do valor esperado quanto maior for o  $\beta$ . Além disso o valor  $\beta = 0.0$  implica em uma envoltória isotérmica, o que não nos parece razoável. A envoltória circunstelar é um sistema aberto ao qual não estamos introduzindo nenhuma fonte adicional de aquecimento além da radiação da estrela central. Sendo assim, a simples expansão do gás deve provocar um resfriamento.  $\beta = 0.0$  implica também em considerar que a componente azimutal da velocidade ( $v_\phi$ ) é constante (no sentido de que para cada latitude é a mesma em qualquer ponto da envoltória). Também essa condição não nos parece muito razoável pois significa aceitar que o meio é extremamente viscoso. Toda esta discussão nos sugere que o valor  $\beta = 0.2$  (ou talvez  $\beta = 0.3$ ) seja o mais representativo das condições que prevalecem no vento.

Nas figuras IV.4(a) e IV.4(b) são apresentados os perfis de velocidade e densidade para o modelo parametrizado por  $\beta = 0.2$  e  $\chi = 0.9$ . Como pode ser notado, nosso tratamento permite obter diretamente diferentes resultados para cada região (latitude) da envoltória. Quando a rotação é elevada o perfil da velocidade de expansão equatorial é bem mais suave, embora ainda alcance



Figs. IV.4 (a) Comparação dos perfis da velocidade radial para três diferentes latitudes da estrela no modelo de alta rotação ( $\chi=0.9$ ). (b) O mesmo para o perfil de densidade.

800-1000 km/s . Em acordo com este resultado, verifica-se também que é obtido um equador mais denso, uma região intermediária em densidade (  $\theta = 45^\circ$  ) e os polos mais rarefeitos. Assim, no caso  $\chi = 0.9$  , existe uma clara distinção entre as várias latitudes. A medida em que a rotação diminui a distinção tende a desaparecer. As figuras IV.5(a) e IV.5(b) representam o modelo com  $\beta = 0.2$  mas com  $\chi = 0.66$  . Não apenas o contraste entre polo e equador é bem menor como também a região caracterizada por  $\theta = 45^\circ$  tende a se misturar com o equador (em parte esse comportamento pode ser explicado pelos valores intermediários adotados para  $k$  e  $\alpha$  ). No capítulo seguinte vamos comentar mais detalhadamente a comparação entre os resultados preditos por nosso modelo, os modelos da literatura e as observações.



Figs. IV.5 (a) Comparação dos perfis da velocidade radial para três diferentes latitudes da estrela no modelo de baixa rotação ( $\chi=0.66$ ). (b) O mesmo para o perfil de densidade.

## CAPÍTULO V

### COMPARAÇÃO : RESULTADOS DO MODELO - OBSERVAÇÕES

Quando sistematizamos no Capítulo III os mais importantes aspectos que as observações das Be's nos revelam, destacamos em primeiro lugar a existência, a grosso modo, de duas regiões na envoltória desses objetos. Uma bastante densa, na qual são formadas as linhas óticas e o excesso de infravermelho devidos a processos de recombinação e transições "livre-livre", e outra mais rarefeita na qual têm origem as linhas assimétricas de ressonância do ultravioleta. Logo em seguida, apontamos que muito provavelmente a região densa se concentra em essencial nas proximidades do equador estelar. Podemos dizer agora que nosso modelo é consistente com um cenário desse tipo. Na figura IV.4(b) é visto que obtivemos uma variação significativa no perfil de densidades de acordo com a latitude estelar. Essa conclusão é reforçada pela figura V.1 que mostra a razão entre a densidade equatorial e a polar em função da posição na envoltória circunstelar. Tipicamente a densidade equatorial é cerca de duas ordens de grandeza superior à polar a uma mesma distância do centro da estrela. Mais ainda, para pontos bastante próximos da fotosfera da estrela o aumento de densidade é enorme. É possível inclusive que esse aumento tenha um importante papel no entendimento da polarização intrínseca.

A maioria dos modelos "ad hoc" que pretendem representar a envoltória das estrelas Be postula, sem entrar em consideração a respeito dos possíveis mecanismos físicos, a existência de um disco equatorial. Em nossa opinião a palavra disco deve ser usada

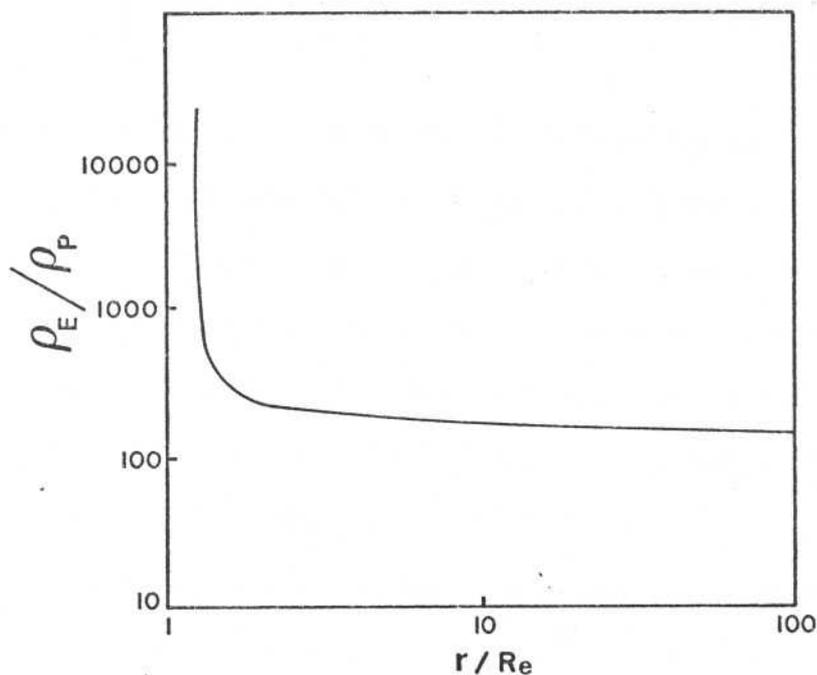


Fig.V.1. Densidade equatorial dividida pela polar em função da distância à estrela.

como uma forma de enfatizar as grandes diferenças entre as densidades polar e equatorial, não significando uma separação artificial entre duas regiões. A estrutura que obtivemos em nosso tratamento pode ser representada esquematicamente por um "disco equatorial" caracterizado por um certo ângulo de abertura  $\theta$ . A figura V.2 mostra a dependência da densidade  $\rho$  em função da latitude. Nessa figura estão marcados, para diferentes valores de distância  $r$ , o ângulo no qual a densidade cai a um valor  $1/e$  do seu valor equatorial. É facilmente verificado que esse ângulo vale aproximadamente  $16^\circ - 17^\circ$ , valor bastante próximo de  $15^\circ$ , que é o ângulo de abertura usualmente adotado (Lamers e Waters, 1987; Waters e outros, 1987, 1988). E mais, esse ângulo é praticamente o mesmo qualquer que seja o valor de  $r$ , o que indica que podemos tomar um ângulo de abertura constante.

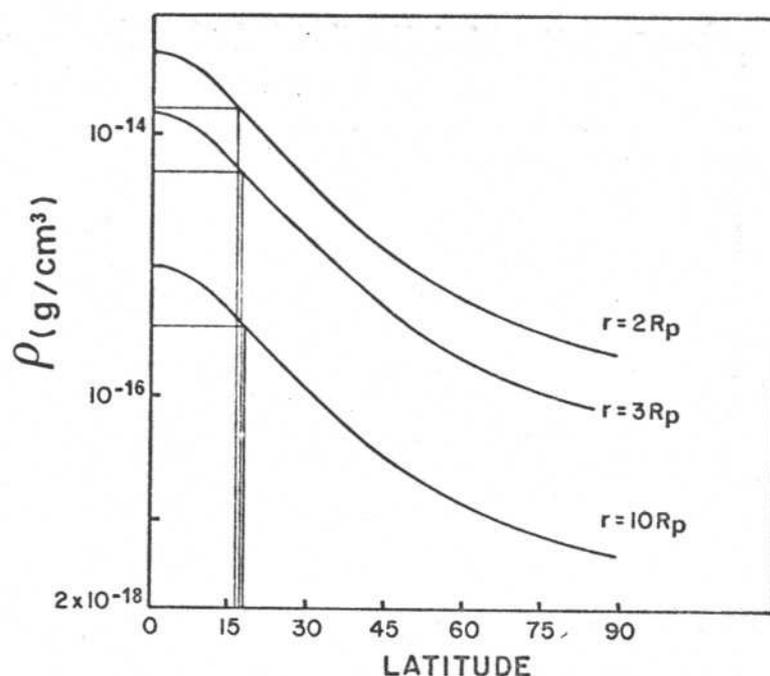


Fig.V.2 Variação da densidade em termos do ângulo de latitude (ver texto).

Vamos avançar um pouco mais nas comparações entre o que derivamos no nosso modelo e o que é obtido das observações. A tabela V.1 lista o fluxo de massa por unidade de ângulo sólido  $\Phi$  e também a velocidade terminal  $v_{\infty}$  em cada co-latitude  $\theta$ , para o modelo parametrizado por  $\beta = 0.2$ ,  $\chi = 0.9$ . Pode-se deduzir que a razão entre os fluxos de massa equatorial e polar é da ordem de 70. Lamers e Waters (1987), combinando informações do ultravioleta e do infravermelho de um conjunto de estrelas Be concluíram que essa razão poderia estar em toda uma grande faixa desde 10 até  $10^4$ . Waters, Coté e Lamers (1987) no artigo no qual analisam os dados IRAS de 101 Be's sugerem que  $\log (F_d / F_p) \approx 2.5 - 3.2$ . Finalmente, em um estudo mais recente Waters e outros (1988) obtiveram que o fluxo equatorial deve ser um fator de 30 a 100 vezes maior que o polar, em excelente acordo com nosso

TABELA V.1

Fluxo de massa e velocidade terminal em cada co-latitude

$\theta$	$\Phi(10^{16} \text{ g/s. sr})$	$v_{\infty}(\text{km/s})$
0	1.5	2245
5	1.7	2185
10	1.9	2125
15	2.1	2050
20	2.4	1975
25	2.7	1910
30	3.2	1855
35	4.0	1745
40	5.0	1640
45	6.4	1545
50	9.0	1450
55	12.5	1370
60	17.1	1295
65	28.0	1230
70	40.5	1175
75	55.6	1120
80	78.3	1070
85	99.4	1050
90	108.3	1040

resultado. Independentemente disto, é preciso ressaltar que este é o primeiro modelo físico que consegue reproduzir um contraste tão significativo entre os fluxos de massa. Anteriormente, Poe e Friend (1986) e Friend e Abbott (1986) haviam conseguido chegar a uma razão em torno de 5, enquanto Araújo e Freitas Pacheco (1989) tínhamos obtido um valor de cerca de 10. A obtenção de um fluxo de massa equatorial significativamente maior só foi possível graças a introdução de uma força radiativa que é função da latitude estelar.

A existência de regiões marcadamente distintas explica de forma natural as discrepâncias encontradas nas determinações da perda de massa. As taxas obtidas das linhas assimétricas do ultravioleta ( $10^{-11}$  a  $10^{-9} M_{\odot}$  / ano) foram calculadas supondo uma envoltória esférica, com fluxo igual ao polar. Devem ser comparadas então com o valor  $4\pi\phi_p$ , que é aproximadamente igual a  $3.1 \times 10^{-9} M_{\odot}$  / ano. Analogamente, os valores derivados do excesso de infravermelho ( $10^{-9}$  a  $10^{-7} M_{\odot}$  / ano) seriam válidos se o fluxo de massa fosse igual ao equatorial em todas as regiões do vento. Portanto, o valor a ser comparado é  $4\pi\phi_e \approx 2.2 \times 10^{-7} M_{\odot}$  / ano. Utilizando os diferentes fluxos de massa encontrados em cada latitude (tabela V.1) nós calculamos a taxa global de perda de massa pela relação (II.9)

$$\dot{M} = \int \phi(\theta) d\Omega$$

e encontramos

$$\dot{M} = 6.8 \times 10^{-8} M_{\odot} / \text{ano.}$$

Por curiosidade assinalamos que este valor é igual ao produto  $4\pi \phi(\theta=67^\circ)$ . Poderíamos então definir a co-latitude  $\theta^* = 67^\circ$  como um ângulo característico de nosso modelo.

Passamos agora a outro tópico observacional da maior importância que é o campo de velocidades na região equatorial. De uma maneira geral os modelos levam a velocidades terminais para o vento que podem variar desde 700 Km/s a até 2000 Km/s, dependendo dos parâmetros  $\chi$  e  $\beta$  adotados. Trata-se sem dúvida de valores bem

superiores aos usualmente admitidos para o "disco". No modelo padrão  $\chi = 0.9$ ,  $\beta = 0.2$  o resultado obtido é  $v_{\infty} = 1040$  Km/s o que ainda caracteriza uma expansão bastante rápida. O trabalho que oferece maior apoio a uma expansão lenta para o equador é o de Poeckert e Marlborough (1978). A lei de velocidades por eles usada é tal que a 18 raios estelares a velocidade de expansão é de apenas 125 Km/s e a 40 raios vale 200 Km/s. Com esse perfil, entre outros parâmetros livres, é obtido um bom acordo para as partes centrais da linha de H $\alpha$ , mas não se consegue ajustar as asas dessa linha. É sabido que em alguns casos as asas de H $\alpha$  podem se estender a até 1000 Km/s (Andrillat, 1982; Andrillat e Fehrenbach, 1983). Um outro ponto a ser questionado no trabalho de Poeckert e Marlborough é que eles supõem a estrela central girando a velocidade crítica. No capítulo anterior vimos que em nosso modelo, a medida que a rotação se aproxima do valor crítico, a lei de expansão vai se tornando cada vez mais suave. É razoável supor que adotando  $\chi = 1$  ( rotação crítica ) teríamos obtido uma expansão mais lenta e conseqüentemente uma velocidade terminal menor.

Outros estudos que parecem favorecer um campo de velocidades basicamente rotacional para o equador são as análises dos dados IRAS. Por exemplo, Waters e outros (1987) sugerem que a lei de velocidades seja

$$v(r) = v_0 \left( \frac{r}{R} \right)^m, \quad 0.5 \leq m \leq 1.25$$

Um estudo posterior, baseado em binárias Be-X, coloca o valor de  $m$  na faixa  $1 \leq m \leq 1.75$  (Waters e outros, 1988). Eles concluem que

um perfil desse tipo é coerente com o de Poeckert e Marlborough (1978) argumentando que adotando  $v_0 = 5 \text{ Km/s}$  e  $m = 1$  é obtido o valor  $v_{exp} = 125 \text{ Km/s}$  a 18 raios estelares. Em nossa opinião essa conclusão é precipitada pois se escolhermos  $m = 1.75$  teremos  $v_{exp} = 785 \text{ Km/s}$  ( se  $v_0 = 5 \text{ Km/s}$  ) ou  $v_{exp} = 1260 \text{ Km/s}$  ( se  $v_0 = 8 \text{ Km/s}$  ). Os ajustes que discutimos são baseados unicamente no excesso de infravermelho. Uma outra determinação significativa pode ser obtida a partir da luminosidade X da binária. Para permitir uma boa reprodução da emissão X observada Waters e outros (1988) encontram que a velocidade do vento no periastro da componente X deve ser de aproximadamente  $200 \text{ Km/s}$  ( no caso de três objetos ) ou cerca de  $500 \text{ Km/s}$ , no caso de dois outros objetos. Do mesmo modo, Janot-Pacheco e outros (1987) concluem que essa velocidade deve ser maior do que  $200 \text{ Km/s}$  para a Be-X HDE 245770 .

Damineli (1988) questionou a hipótese de um disco puramente rotacional ou com expansão muito lenta. Ele argumenta que as asas de  $H\alpha$  não devem ser explicadas por turbulência ( por envolverem velocidades muito elevadas ) e provavelmente também não por espalhamento Thompson, visto que este é independente do comprimento de onda mas as observações indicam que a largura na base das linhas de FeII e  $H\alpha$  são bem diferentes. Alternativamente é proposto que o disco seja dominado pela rotação em suas partes mais internas mas que, à distâncias maiores a expansão predomine. Com um campo de velocidades desse tipo ele é capaz de obter um bom ajuste do perfil das asas de  $H\alpha$  numa ampla faixa de velocidades (210 a 630 Km/s). Nosso modelo leva naturalmente a um cenário com essas características para as leis da velocidade no equador. Isso

pode ser visto na figura V.3 que mostra as componentes  $v_r$  e  $v_\phi$  da velocidade. Até uma distância  $r \cong 2 R$ , a rotação predomina; a partir daí a expansão se torna mais relevante. Pode ser argumentado que a região dominada pela rotação é demasiado pequena e assim dificilmente teríamos a formação de perfil de linha de duplo pico. Entretanto, é preciso lembrar que as linhas de recombinação do Hidrogênio são fortemente pesadas pela densidade eletrônica que como vimos, cresce extraordinariamente nas proximidades da fotosfera. Assim, a região central das linhas deve ser formada essencialmente nessa região ( e, portanto, poderia aparecer o duplo pico ) enquanto as asas seriam explicadas pela componente em expansão.

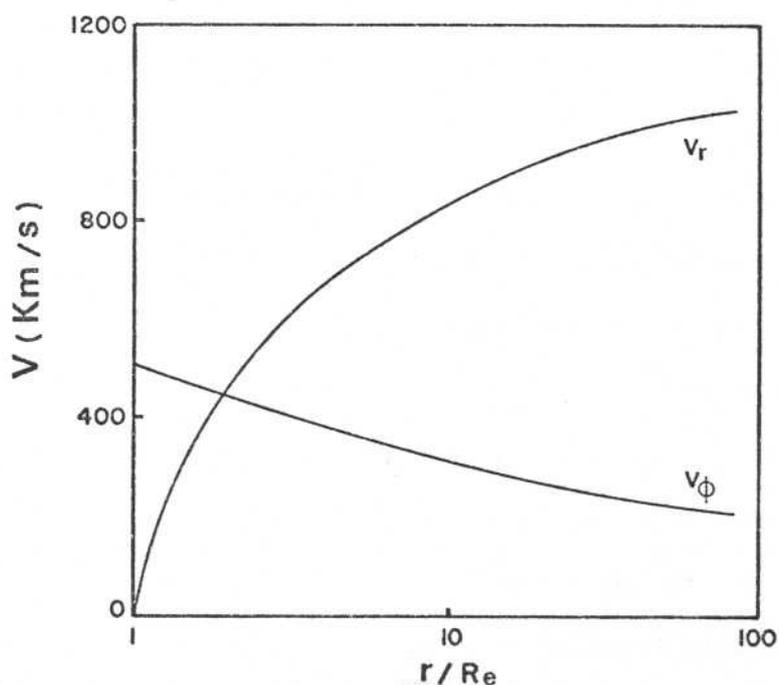


Fig.V.3. Campo de velocidades equatorial.

Uma estimativa mais quantitativa pode ser feita através do cálculo da medida de emissão EM, definida por

$$EM = \int ne^2 dV$$

Nós calculamos a medida de emissão de toda a envoltória

$$EM_T = 2\pi \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} \text{sen}(\theta) \int_{r=R}^{r=100R} ne^2(r, \theta) r^2 dr d\theta$$

e comparamos com a contribuição de um disco com ângulo de abertura igual a  $15^\circ$  e raio externo definido de modo que o seu campo de velocidades seja predominantemente rotacional

$$EM_R = 2\pi \int_{\theta=5\pi/12}^{\theta=\pi/2} \text{sen}(\theta) \int_{r=R}^{r=2R} ne^2(r, \theta) r^2 dr d\theta$$

Considerando que o hidrogênio está inteiramente ionizado ao longo de toda a envoltória é obtido

$$EM_R = 1.45 \times 10^{59} \text{ cm}^{-3}$$

$$EM_T = 3.24 \times 10^{59} \text{ cm}^{-3}$$

Portanto, a região dominada pela rotação é responsável por quase a metade ( $\cong 45\%$ ) da emissão.

Um último aspecto observacional que merece ser novamente discutido diz respeito a geometria da região em expansão rápida. Havíamos visto que existem duas alternativas: supor que a expansão ocorre em todas as latitudes, acima e abaixo da região equatorial mais densa, ou supor que a expansão não atinge latitudes muito elevadas, bem próximas ao polo. Nossos resultados não permitem um maior esclarecimento desse ponto. Acreditamos no entanto que as velocidades de expansão que obtivemos para as regiões polares ( $\theta \leq 15^\circ$ ) são maiores do que as geralmente observadas nas linhas de NV, CIV etc. Isso poderia sugerir que essas linhas são formadas em latitudes intermediárias, para as quais as velocidades terminais são menores. Para finalizar esse capítulo pretendemos fazer a seguir uma discussão geral a respeito de alguns aspectos negativos de nosso modelo e também de alguns pontos que nos parecem satisfatórios. Antes porém apresentamos a figura V.4 que grafica as curvas de isodensidades em um plano meridional da envoltória circunstelar. A curva mais externa corresponde à densidade  $\rho = 5.40 \times 10^{-18} \text{g/cm}^3$ , a do meio à  $\rho = 1.60 \times 10^{-17} \text{g/cm}^3$  e a interna à  $\rho = 7.0 \times 10^{-17} \text{g/cm}^3$ . Essa figura é importante pois permite uma visualização mais clara da estrutura do vento gerada pelo modelo desenvolvido. É de se notar a grande semelhança entre essa estrutura e aquela apresentada por Marlborough (1987) e novamente citada por Slettebak (1988) e que reproduzimos na figura V.5.

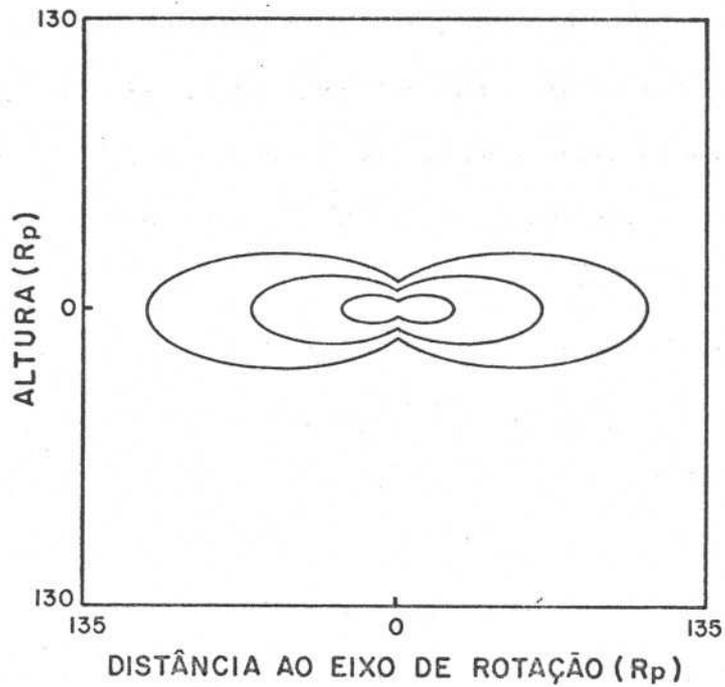


Fig.V.4 Curvas de isodensidade em um plano meridional da envoltória. Comparar com a figura abaixo.

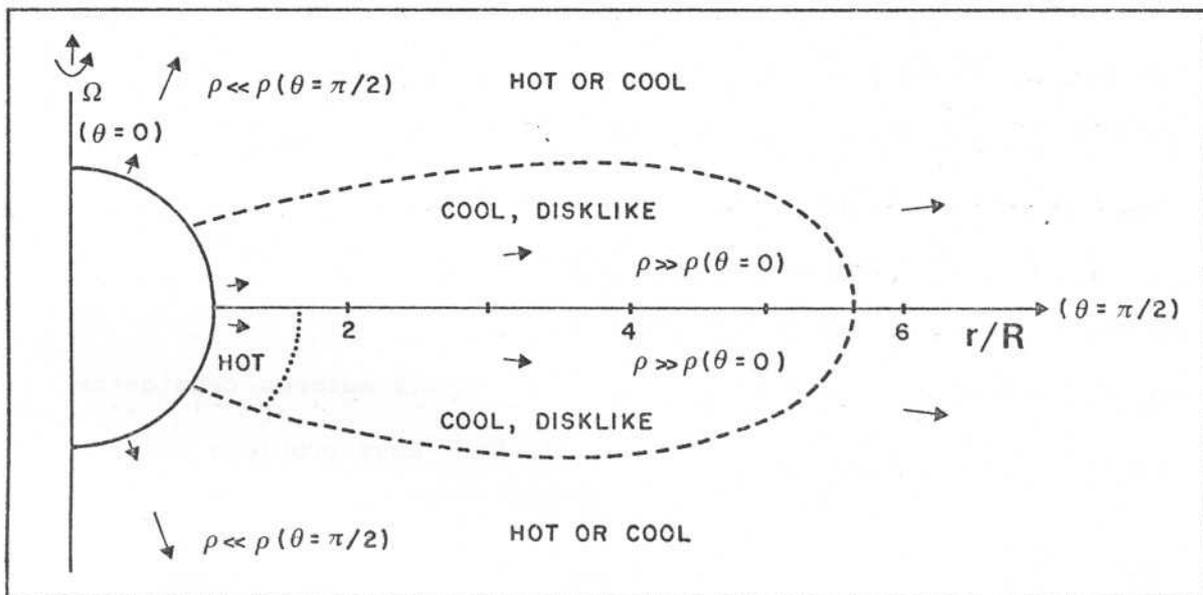


Fig.V.5 Estrutura esquemática do plano meridional, como proposta por Marlborough (1987).

Várias limitações de nosso modelo estão claras. Em primeiro lugar podemos dizer que os resultados são muito dependentes da taxa de rotação adotada. Em outras palavras, a não esfericidade, o grande contraste polo-equador só é obtido quando fazemos  $\chi = 0.9$ , valor esse que é mais elevado do que as observações parecem indicar. Por exemplo, no modelo parametrizado por  $\beta=0.2$ ,  $\chi = 0.9$  vimos que a razão fluxo de massa equatorial-fluxo polar vale 70. Se tomamos  $\chi = 0.75$ , um valor que nos parece bastante realístico, essa razão cai para 10. A esse respeito o que pode ser levantado a nosso favor é que os modelos físicos anteriormente desenvolvidos só conseguem razões da ordem de 5-10 com taxas elevadas de rotação ( $\chi = 0.85-0.9$ ). De modo análogo, nossos modelos com  $\chi = 0.75$  conduzem a velocidades de expansão ainda mais altas no equador. Além disso outro ponto fraco consiste em escolher, de forma até certo ponto arbitrária, os valores dos parâmetros  $k$  e  $\alpha$  da força radiativa. É certo que nossa escolha apresenta uma coerência com as características físicas do objeto, como temperatura maior no polo, densidade maior no equador, e linhas de diferentes elementos em diferentes regiões. No entanto, o máximo que conseguimos fazer é justificar qualitativamente os parâmetros  $k$  e  $\alpha$  adotados, mas os resultados do modelo são relativamente sensíveis a modificações nesses valores. Por último repetimos que nosso modelo supõe um estado estacionário, hipótese esta que alguns autores consideram até sem sentido no caso de uma estrela Be. Esse problema porém é mais geral, de toda uma classe de modelos de ventos radiativos. Em nossa opinião ( ver também discussão apresentada por Marlborough, 1987 ) para um melhor entendimento do fenômeno Be deve se combinar ao vento radiativo tipo CAK algum mecanismo que

introduza um caráter episódico, variável no tempo para o fluxo de matéria. Muito provavelmente tal mecanismo se relaciona com as pulsações não radiais.

Por outro lado, acreditamos que existem pontos a serem destacados. Antes de mais nada é um modelo físico, que não arbitra artificialmente a existência de duas estruturas diferentes. Ao contrário, partindo de um único cenário chegamos a uma estrutura cujas características variam de forma contínua, de acordo com a latitude e a distância ao centro da estrela. Como a variação é bastante intensa, o cenário obtido pode ser esquematicamente representado por uma estrutura "tipo disco" que se assemelha as estruturas sugeridas de maneira "ad hoc". E mais, comparado a outros modelos físicos da literatura é seguramente o que permite obter melhor acordo com as observações. Além disso, nosso tratamento procura explorar características da estrela central - como a rotação e as consequências da rotação na estrela em si - e entender as propriedades da envoltória com base nessas características. Para finalizar entendemos que um balanço mais seguro ainda não pode ser feito pois o confronto entre teoria e observação apresentado foi apenas semi-quantitativo. Para dizer com maior certeza até que ponto nos aproximamos das observações é importante obter antes os perfis de linha, a distribuição de energia no contínuo e os graus de polarização, partindo da taxa de perda de massa, do perfil de densidade e do campo de velocidade encontrados.

## CONCLUSÃO

Este trabalho foi baseado em dois aspectos centrais. Procuramos o desenvolvimento de um modelo mais apropriado de vento radiativo, através de um tratamento mais rigoroso das equações da hidrodinâmica na ausência da simetria esférica e, ao mesmo tempo, tentamos obter um modelo físico para a envoltória das estrelas Be. Naturalmente esses dois aspectos se complementam pois fizemos uma aplicação às Be's justamente porque nesses objetos a alta rotação (e possivelmente outros mecanismos) provoca um forte desvio da simetria esférica.

No que concerne a teoria dos ventos radiativos acreditamos ter mostrado que é importante investir na busca de tratamentos mais adequados. Por exemplo, a simples introdução de um termo de aceleração centrífuga na equação de movimento para a componente radial da velocidade é claramente insuficiente para descrever coerentemente os efeitos da rotação. Nossas soluções, mesmo que limitadas por hipóteses restritivas mostraram que procedimentos muito simplificados podem conduzir a inconsistências. E mais, nosso tratamento permitiu abandonar a comparação usual entre modelos com baixa rotação e polos e modelos com rotação rápida e equador. Ao invés disso, obtivemos diretamente os resultados para as diversas latitudes. Por outro lado nós ainda utilizamos uma lei de temperatura adotada a priori. Seria importante substituir esse perfil "ad hoc" pela solução de fato da equação de energia. Isso no entanto não é trivial visto que os processos de aquecimento e resfriamento do gás são bastante complexos e introduzem novas

variáveis. A outra hipótese restritiva de nosso modelo,  $v_{\theta} = 0$ , também não é fácil de ser superada. Abandoná-la implicaria em trabalhar com equações diferenciais parciais acopladas o que dificultaria em muito a obtenção de uma solução numérica para o problema.

Em nossa opinião seria proveitoso aplicar o modelo no estágio atual a outras classes de objetos. As supergigantes B[e] por exemplo devem possivelmente possuir uma envoltória em duas componentes: um "disco equatorial" (entendido como uma região mais densa e mais fria) e um "vento polar". Tendo em vista que esses objetos são muito luminosos a velocidade de rotação necessária para reduzir significativamente a gravidade efetiva no equador é bem mais baixa que no caso das Be's clássicas. Assim, a rotação seria mais eficiente para provocar uma ejeção de matéria e talvez o modelo apresentado seja até mais adequado. As estrelas Wolf-Rayet constituem outro exemplo de objetos para os quais cenários desse tipo já foram sugeridos.

Para finalizar vamos colocar algumas opiniões particulares sobre o cenário físico das estrelas Be. Ressalvamos porém o que foi dito no capítulo V : é importante calcular os perfis de linha e os graus de polarização partindo dos resultados dos nossos modelos. Cálculos com esse objetivo estão sendo desenvolvidos em colaboração com outros pesquisadores.

Estamos convencidos que os modelos de vento radiativo, mesmo que estimulados pela rotação, não são por si só suficientes para descrever toda a física de uma Be. E mais, nos parece que o desenvolvimento apresentado neste trabalho reforça essa idéia. Por

um lado conseguimos obter bons resultados (se comparamos com outros modelos físicos propostos) mas por outro lado precisamos de uma rotação que é demasiado elevada. Em essência, é preciso

encontrar entre (as outras) alternativas que fortaleçam uma ejeção de massa preferencial no equador acarretando

modo de baixa ordem parece ser outro requisito necessário para que uma estrela desenvolva o fenômeno Be. A pulsação poderia ser responsável por períodos de maior perda de massa (além de privilegiar a direção do equador), durante os quais as emissões seriam fortalecidas. A inclusão de um mecanismo desse tipo em um modelo autoconsistente dependente do tempo contribuiria decisivamente para um melhor entendimento desses fascinantes objetos.

## BIBLIOGRAFIA

- Abbott, D.C., 1978, *Astrophys. J.*, 225, 893.
- Abbott, D.C., 1980, *Astrophys. J.*, 242, 1183.
- Abbott, D.C., 1982, *Astrophys. J.*, 259, 282.
- Abbott, D.C., Bieging, J.H. e Churchwell, E., 1981, *Astrophys. J.*, 250, 645.
- Abbott, D.C., Bieging, J.H., Churchwell, E. e Torres, A.V., 1986, *Astrophys. J.*, 303, 239.
- Abbott, D.C. e Lucy, L.B., 1985, *Astrophys. J.*, 288, 679.
- Abt, H.A., 1987, Colóquio IAU 92, *Physics of Be stars*, ed. A. Slettebak e T.P.Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p. 470.
- Andrillat, Y., 1983, *Astr. Astrophys. Suppl.*, 53, 319.
- Andrillat, Y. e Fehrenbach, C., 1982, *Astr. Astrophys. Suppl.*, 48, 93.
- Andrillat, Y., Jaschek, M. e Jaschek, C., 1988, *Astr. Astrophys. Suppl.*, 72, 129.
- Araújo, F.X. e Freitas Pacheco, J.A., 1989, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, 241, 543.
- Araújo, F.X. e Freitas Pacheco, J.A., 1990, *Astrophys. Space Sci.*, 163, 49.
- Baade, D., 1987, Colóquio IAU 92, *Physics of Be stars*, ed. A. Slettebak e T.P.Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p. 361.
- Balona, L.A. e Engelbrecht, C.A., 1986, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, 219, 131.

- Barlow, M. J., Smith, L. J. e Willis, A. J., 1981, Mon. Not. R. astr. Soc., 196, 101.
- Barker, P. K., 1987, Colóquio IAU 92, Physics of Be stars, ed. A. Slettebak e T. P. Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p. 38.
- Barker, P. K., Landstreet, J. D., Marlborough, J. M. e Thompson, I. B., 1985, Astrophys. J., 288, 741.
- Barker, P. K., Marlborough, J. M. e Landstreet, J. D., 1984, The future of ultraviolet astronomy: six years of IUE research, ed. J. M. Mead, R. Chapman e Y. Kondo, NASA CP-2349, p. 219.
- Boyd, C. J. e Marlborough, J. M., 1990, pre-print.
- Briot, D., 1986, Astr. Astrophys., 163, 67.
- Bruhweiler, F. C., Morgan, T. H. e van der Hucht, K. A., 1982, Astrophys. J., 262, 675.
- Cassinelli, J. P., 1987, Colóquio IAU 92, Physics of Be stars, ed. A. Slettebak e T. P. Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p. 106.
- Castor, J. I., 1979, Simpósio IAU 83, Mass-loss and Evolution of O-type stars, p. 175.
- Castor, J. I., Abbott, D. C. e Klein, R. I., 1975, Astrophys. J., 195, 175 (CAK).
- Cerruti-Sola, M. e Perinotto, 1985, Astrophys. J., 291, 237.
- Cerruti-Sola, M. e Perinotto, 1989, Astrophys. J., 345, 339.
- Chen Hai-qi e Huang Lin, 1987, Chin. Astr. Astrophys., 11, 10.
- Cherespaschuk, A. M., Eaton, J. A. e Khaliullin, Kh. F., 1984, Astrophys. J., 281, 774.
- Collins, G. W. II, 1963, Astrophys. J., 138, 1134.

- Collins, G.W. II, 1987, Colóquio IAU 92, Physics of Be stars, ed. A. Slettebak e T.P. Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p.3.
- Conti, P.S. e Ebbets, D., 1977, *Astrophys. J.*, 213, 438.
- Coté, J. e Waters, L.B.F.M., 1987, *Astr. Astrophys.*, 176, 93.
- Dachs, J., Hanuschik, R., Kaiser, D. e Rohe, D., 1986, *Astr. Astrophys.*, 159, 276.
- Dachs, J., Poetzel, R. e Kaiser, D., 1989, *Astr. Astrophys. Suppl.*, 78, 487.
- Dachs, J. e Rohe, D., 1990, *Astr. Astrophys.*, 230, 380.
- Dachs, J. e Wamsteker, W., 1982, *Astr. Astrophys.*, 107, 240.
- Damineli, A., 1988, Tese de Doutorado, Instituto Astronômico e Geofísico, USP.
- Damineli, A., 1990, pre-print.
- Damineli, A. e Freitas Pacheco, J.A., 1982, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, 198, 659.
- Doazan, V., 1987, Colóquio IAU 92, Physics of Be stars, ed. A. Slettebak e T.P. Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p.384.
- Doazan, V. e Thomas, R.N., 1982, B stars with e without emission lines, NASA SP-456, p.409.
- Freitas Pacheco, J.A., 1982, *Mon. Not. R. astr. Soc.*, 199, 591.
- Freitas Pacheco, J.A., 1988, Workshop on Be stars, *Bol. Soc. Astron. Brasileira*, 10, 43.
- Freitas Pacheco, J.A., Costa, R.D.D. e Araújo, F.X., 1990, *Astrophys. J.*, submetido.
- Friend, D.B. e Abbott, D.C., 1986, *Astrophys. J.*, 311, 701.

- Friend, D.B. e Castor, J. I., 1983, *Astrophys. J.*, 272, 259.
- Friend, D.B. e MacGregor, K.B., 1984, *Astrophys. J.*, 282, 591.
- Garmany, C.D. e Conti, D.S., 1985, *Astrophys. J.*, 293, 407.
- Gehrz, R.D., Hackwell, J.A. e Jones, T.W., 1974, *Astrophys. J.*, 191, 675.
- Goraya, P.S., 1984, *Astr. Astrophys.*, 138, 19.
- Goraya, P.S. e Gurn, H.S., 1987, *Astr. Astrophys.*, 180, 167.
- Grady, C.A., Bjorkman, K.S. e Snow, T.P., 1987, *Astrophys. J.*, 320, 376.
- Groenewegen, M.A.T., Lamers, H.J.G.L.M. e Pauldrach, A.W.A., 1989, *Astr. Astrophys.*, 221, 78.
- Hanuschik, R.W., 1986, *Astr. Astrophys.*, 166, 185.
- Hanuschik, R.W., 1987, *Astr. Astrophys.*, 173, 299.
- Hanuschik, R.W., Rozok, J.R. e Kaiser, D., 1988, *Astr. Astrophys.*, 189, 147.
- Harmanec, P., 1982, *Simpósio IAU 98, Be stars*, ed. M. Jaschek e H.-G. Groth (Dordrecht: Reidel), p.413.
- Harmanec, P., 1987, *Colóquio IAU 92, Physics of Be stars*, ed. A. Slettebak e T.P. Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p.339.
- Hayes, D.S. e Guinan, E.F., 1984, *Astrophys. J.*, 279, 721.
- Hearn, A.G., 1990, pre-print.
- Henrichs, H.F., 1984, *Proc. Fourth European IUE Conference, ESA SP-218*, ed. E. Rolfe e E. Battrick (Rome: ESA), p.43.
- Henrichs, H.F., 1986, *O, Of and Wolf-Rayet Stars*, NASA/CNRS Monograph Series, ed. P.S. Conti e A.B. Underhill (Washington: NASA).

- Hutsemekers, D. e Surdej, J., 1989, *Astr. Astrophys.*, 219, 237.
- Janot-Pacheco, E., Motch, C. e Mouchet, M., 1987, *Astr. Astrophys.*, 177, 91.
- Kaiser, D., 1989, *Astr. Astrophys.*, 222, 187.
- Kudritzki, R.P., Pauldrach, A. e Puls, J., 1987, *Astr. Astrophys.*, 173, 293.
- Kudritzki, R.P., Pauldrach, A., Puls, J., e Abbott, D.C., 1989, *Astr. Astrophys.*, 219, 205.
- Lamers, H.J.G.L.M. e Morton, D., 1976, *Astrophys. J. Suppl.*, 32, 715.
- Lamers, H.J.G.L.M. e Waters, L.B.F.M., 1987, *Astr. Astrophys.*, 182, 80.
- Leroy, M. e Lafon, J.-P.J., 1982, *Astr. Astrophys.*, 106, 345.
- Lowe, R.P., Moorhead, J.M., Wehlan, W.H., Barker, P.K. e Marlborough, J.M., 1985, *Astrophys. J.*, 290, 325.
- Lucy, L.B. e Solomon, P., 1970, *Astrophys. J.*, 159, 879.
- Maeder, A., 1983, *Astr. Astrophys.*, 120, 113.
- Marlborough, J.M., 1987, *Colóquio IAU 92, Physics of Be stars*, ed. A. Slettebak e T.P.Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p.316.
- Marlborough, J.M. e Peters, G.J., 1986, *Astrophys. J. Suppl.*, 62, 875.
- Marlborough, J.M. e Zamir, M., 1984, *Astrophys. J.*, 276, 706.
- McLean, I.S. e Brown, J.C., 1978, *Astr. Astrophys.*, 69, 291.
- Mendez, R.H., Kudritzki, R.P., Herrero, A., Husfeld, D. e Groth, H.G., 1988, *Astr. Astrophys.*, 190, 113.

- Mihalas, D., 1978, *Stellar Atmospheres*, San Francisco: Freeman, 2<sup>a</sup> ed. p.559.
- Morgan, T.H., 1975, *Astrophys. Space Sci.*, 33, 99.
- Oegerle, W. e Polidan, R.S., 1984, *Astrophys. J.*, 285, 648.
- Olson, G.L. e Castor, J., 1981, *Astrophys. J.*, 244, 179.
- Panagia, N. e Macchetto, F., 1982, *Astr. Astrophys.*, 106, 266.
- Pauldrach, A., 1987, *Astr. Astrophys.*, 183, 295.
- Pauldrach, A., Puls, J., Hummer, D.G. e Kudritzki, R.P., 1985, *Astr. Astrophys.*, 148, L1.
- Pauldrach, A., Puls, J. e Kudritzki, R.P., 1986, *Astr. Astrophys.*, 164, 86 (PPK).
- Pauldrach, A., Puls, J. e Kudritzki, R.P., Mendéz, R.H. e Heap, S.R., 1988, *Astr. Astrophys.*, 207, 123.
- Percy, J.R., 1987, *Colóquio IAU 92, Physics of Be stars*, ed. A. Slettebak e T.P.Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p.49.
- Pijpers, F.J. e Hearn, A.G., 1989, *Astr. Astrophys.*, 209, 198.
- Poe, C.H. e Friend, D.B., 1986, *Astrophys. J.*, 311, 317.
- Poe, C.H., Friend, D.B. e Cassinelli, J., 1989, *Astrophys. J.*, 337, 888.
- Poeckert, R., 1982, *Simpósio IAU 98, Be stars*, ed. M.Jaschek e H.-G. Groth (Dordrecht: Reidel), p.453.
- Poeckert, R. e Marlborough, J.M., 1976, *Astrophys. J.*, 206, 182.
- Poeckert, R. e Marlborough, J.M., 1978, *Astrophys. J.*, 220, 940.
- Poeckert, R. e Marlborough, J.M., 1979, *Astrophys. J.*, 233, 259.
- Puls, J., 1987, *Astr. Astrophys.*, 184, 227.
- Schmutz, W., Hamann, W.-R. e Wessolowski, U., 1989, *Astr. Astrophys.*, 210, 236.

- Selvelli, P.-L. e Araújo, F.X., 1984, Proc. Fourth European IUE Conference, ESA SP-218, ed. E. Rolfe e E. Battrick, (Rome: ESA), p. 301.
- Slettebak, A., 1982, *Astrophys. J. Suppl.*, 50, 55.
- Slettebak, A., 1987, Colóquio IAU 92, Physics of Be stars, ed. A. Slettebak e T.P. Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p. 24.
- Slettebak, A., 1988, *Pub. A.S.P.*, 100, 770.
- Slettebak, A. e Carpenter, K.G., 1983, *Astrophys. J. Suppl.*, 53, 869.
- Slettebak, A., Kuzma, T.J. e Collins, G.W. II, 1980, *Astrophys. J.*, 242, 171.
- Smith, R.C., 1987, Colóquio IAU 92, Physics of Be stars, ed. A. Slettebak e T.P. Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p. 123.
- Snow, T.P., 1981, *Astrophys. J.*, 251, 139.
- Snow, T.P., 1982, *Astrophys. J. (Letters)*, 253, L39.
- Snow, T.P., 1987, Colóquio IAU 92, Physics of Be stars, ed. A. Slettebak e T.P. Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p. 250.
- Sonneborn, G.H., 1982, Simpósio IAU 98, Be stars, ed. M. Jaschek e H.-G. Groth (Dordrecht: Reidel), P. 493.
- Strittmatter, P.A. e Norris, J., 1971, *Astr. Astrophys.*, 15, 239.
- Struve, O., 1931, *Astrophys. J.*, 73, 94.
- Taylor, A.R., Waters, L.B.F.M., Bjorkman, K.S. e Dougherty, S.M., 1990, *Astr. Astrophys.*, 231, 453.

- Uesugi, A. e Fukuda, I., 1982, Revised Catalogue of Stellar Rotational Velocities, Dept. Astron., Kyoto University, Kyoto.
- Underhill, A., 1987, Colóquio IAU 92, Physics of Be stars, ed. A. Slettebak e T.P.Snow (Cambridge: Cambridge University Press), p.411.
- Underhill, A. e Doazan, V., 1982, B stars with e without emission lines, Washington: NASA SP-465.
- Vardya, M.S., 1985, *Astrophys. J.*, 299, 255.
- Waters, L.B.F.M., 1986, *Astr. Astrophys.*, 162, 121.
- Waters, L.B.F.M., Côté, J. e Lamers, H.G.J.L.M., 1987, *Astr. Astrophys.*, 185, 206.
- Waters, L.B.F.M., Taylor, A.R., van den Hauvel, E.P.J., Habets, G.M.H.J. e Persi, P., 1988, *Astr. Astrophys.*, 198, 200.
- Weber, S., 1981, *Astrophys. J.*, 243, 954.
- Willson, L.A., 1986, *Pub.A.S.P.*, 98, 37.
- Wincler, H. e Wolf, B., 1989, *Astr. Astrophys.*, 219, 151.
- von Zeipel, H., 1924, *Mon. Not. R astr. Soc.*, 84, 665.
- Zickgraf, F.-J. e Schulte-Ladbeck, R.E., 1989, *Astr. Astrophys.*, 214, 274.
- Zickgraf, F.-J., Wolf, B., Stahl, O., Leitherer, C. e Appenzeller, I., 1986, *Astr. Astrophys.*, 163, 119.
- Zickgraf, F.-J., Wolf, B., Stahl, O., Leitherer, C. e Klare, G., 1985, *Astr. Astrophys.*, 143, 421.

Todos os Interessados em Publicações do  
Observatório Nacional. Devem Dirigir-se à

Observatório Nacional

CID - SRG

r. Gal. José Cristino, 77 - CP. 23002

20921 - São Cristovão, RJ

BRASIL

Telf. 5807313 - r/285